

**UNIVERSIDADE BRASIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA BIOMÉDICA  
CAMPUS ITAQUERA**

**GILBERTO DE ARAÚJO COSTA**

**USO DE REDES COMPLEXAS ORDINAIS PARA  
ANÁLISE DE VARIABILIDADE DA FREQUÊNCIA CARDÍACA**

**USE OF COMPLEX ORDINAL NETWORKS FOR ANALYSIS OF  
HEART RATE VARIABILITY**

São Paulo – SP

2022

---

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA BIOMÉDICA

GILBERTO DE ARAÚJO COSTA

**USO DE REDES COMPLEXAS ORDINAIS PARA  
ANÁLISE DE VARIABILIDADE DA FREQUÊNCIA CARDÍACA**

Tese de Doutorado apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Biomédica da Universidade Brasil, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Biomédica.

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Laurita dos Santos  
**Orientadora**

Prof. Dr. Francisco Honeidy Carvalho  
Azevedo  
**Coorientador(a)**

São Paulo – SP  
2022

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da Universidade Brasil,  
com os dados fornecidos pelo (a) autor (a).**

C872u COSTA, Gilberto de Araújo.

Uso de redes complexas ordinais para análise de variabilidade da frequência cardíaca / Gilberto de Araújo Costa -- São Paulo: Universidade Brasil, 2022.

111 f.: il. color.

Tese de Doutorado defendida no Programa de Pós-graduação do Curso de Engenharia Biomédica da Universidade Brasil.

Orientação: Profa. Dra. Laurita dos Santos.

Coorientação: Prof. Dr. Francisco Honeidy Carvalho Azevedo.

1. Intervalos RR. 2. Redes complexas. 3. Dinâmica simbólica. 4. Entropias. 5. Modelos matemáticos. I. Santos, Laurita dos. II. Azevedo, Francisco Honeidy Carvalho. III. Título.

CDD 610.28



**UNIVERSIDADE  
BRASIL**

## TERMO DE APROVAÇÃO

**GILBERTO DE ARAÚJO COSTA**

**“USO DE REDES COMPLEXAS ORDINAIS PARA ANÁLISE DE VARIABILIDADE DA  
FREQUÊNCIA CARDÍACA”**

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do título de **Doutor no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Biomédica** da Universidade Brasil, pela seguinte banca examinadora:

Prof(a). Dr(a) Laurita dos Santos (presidente-orientadora)

Prof(a). Dr(a) Marcello Magri Amaral (UNIVERSIDADE BRASIL)

Prof(a). Dr(a) Vilson Rosa de Almeida (UNIVERSIDADE BRASIL)

Prof(a). Dr(a). Helaine Cristina Moraes Furtado (UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ)

Prof(a). Dr(a). Rudinei Martins de Oliveira (UNIVERSIDADE DO ESTADO DE MINAS GERAIS)

São Paulo, 15 de dezembro de 2022.  
Presidente da Banca Prof.(a) Dr (a) Laurita dos Santos

Houve alteração do Título: sim ( ) não ( X ):

---

---

---

Campus Itaquera

Rua Carolina Fonseca, 584, Itaquera - São Paulo/SP | 08230-030

Central de Relacionamento com o Aluno - 08007807070

[www.ub.edu.br](http://www.ub.edu.br)



**UNIVERSIDADE  
BRASIL**

### Termo de Autorização

#### Para Publicação de Dissertações e Teses no Formato Eletrônico na Página WWW do Respectivo Programa da Universidade Brasil e no Banco de Teses da CAPES

Na qualidade de titular(es) dos direitos de autor da publicação, e de acordo com a Portaria CAPES no. 13, de 15 de fevereiro de 2006, autorizo(amos) a Universidade Brasil a disponibilizar através do site <http://www.universidadebrasil.edu.br>, na página do respectivo Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu*, bem como no Banco de Dissertações e Teses da CAPES, através do site <http://bancodeteses.capes.gov.br>, a versão digital do texto integral da Dissertação/Tese abaixo citada, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira.

A utilização do conteúdo deste texto, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, fica condicionada à citação da fonte.

Título do Trabalho: "USO DE REDES COMPLEXAS ORDINAIS PARA ANÁLISE DE VARIABILIDADE DA FREQUÊNCIA CARDÍACA".

#### Autor(es):

Discente: **Gilberto de Araújo Costa**

Assinatura: *Gilberto de Araújo Costa*

Orientador(a): **Prof.(a) Dr.(a) Laurita dos Santos**

Assinatura: *Laurita dos Santos*

Coorientador(a): **Prof.(a) Dr.(a)**

Assinatura: \_\_\_\_\_

Houve alteração do Título: sim ( ) não ( X ):

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Data: 15/12/2022

## DEDICATÓRIA

A minha família, aos meus amigos e a todos que sempre me incentivaram e acreditaram em mim. Meus sinceros agradecimentos, pois sem vocês essa jornada não seria possível.

## **AGRADECIMENTOS**

Este espaço dedico primeiro a Deus por me conceder saúde, perseverança e sabedoria para superar as dificuldades, vencer os desafios e concluir este trabalho. Em segundo lugar, a todos aqueles que estiveram comigo ao longo desta caminhada, me apoiando, me incentivando e que deram sua contribuição para meu crescimento pessoal, moral e intelectual neste processo de doutoramento. A todos, meus sinceros agradecimentos.

A minha família: esposa e filhos pelo apoio e compreensão, as palavras são poucas, mas meu sentimento de amor por vocês é imenso; a minha mãe, meu saudoso pai e meus irmãos que sempre estiveram na torcida.

A professora Dra. Laurita dos Santos, orientadora deste trabalho, pelos desafios dados a mim, pela sua postura profissional, dedicação, zelo pela docência, ensinamentos, apoio e confiança no meu trabalho.

Ao professor Dr. Francisco Honeidy, coorientador deste trabalho, por ter sido o primeiro a me incentivar a realizar este doutorado; que ao logo destes anos do doutorado colaborou de forma significativa com a minha formação científica e intelectual; pelo seu apoio, tempo dedicado a mim sempre que precisei e principalmente pelo amigo que você representa.

Ao professor Dr. Jesusmar Ximenes Andrade (Universidade Federal do Piauí-UFPI), pelas inúmeras discussões e colaboração prestada.

A todos os professores da Universidade Brasil com os quais tive a oportunidade de aprender nas disciplinas cursadas.

Aos meus amigos de doutorado, pelos momentos que passamos juntos, dificuldades, alegrias e amizades construídas. Muito feliz por ter conhecido vocês.

À banca examinadora pelas sugestões dadas, que contribuíram de forma significativa para melhoria deste trabalho.

Finalmente agradeço ao CNPq e ao Centro Universitário Santo Agostinho (UNIFSA-PI), pelo auxílio financeiro e pelo interesse nesta pesquisa.

*“Há uma única ciência, a matemática, a qual ninguém se pode jactar de conhecer porque suas conquistas são, por natureza, infinitas; dela toda gente fala, sobretudo os que mais a ignoram.”*

(Malba Tahan)

## RESUMO

**Introdução:** Esforços para aplicação da análise de redes complexas ordinais, estão sendo ampliados e reconhecidos como eficazes na avaliação e interpretação de sinais biológicos não lineares, incluindo os obtidos a partir de Eletrocardiogramas (ECGs) e eletroencefalogramas (EEGs). A análise simbólica ordinal, ou seja, a análise de representações ordinais, tem algumas vantagens práticas. Em primeiro lugar, é em geral reconhecida como sendo conceitualmente simples e computacionalmente rápida. Além disso, os padrões ordinais, sendo definidos pelas desigualdades, são relativamente robustos contra o ruído observacional. Por isto, a análise simbólica ordinal tem permanecido como método popular em biologia e medicina, especialmente quando se trata de distinguir condições de saúde normais e anormais, em tempo real.

**Objetivo:** Analisar as medidas de quantificação de redes complexas para aplicá-las na diferenciação de séries temporais de intervalos RR de grupo de indivíduos saudáveis e coronariopatas. **Material e Métodos:** Trata-se de um estudo computacional que envolve análise de séries temporais de intervalos RR de jovens saudáveis e coronariopatas de um banco de dados. Foi realizado mapeamento da série temporal para transformação em redes complexas. A partir das redes complexas, diversos parâmetros foram obtidos, como cálculo das entropias, números de arestas da rede, grau médio da rede, densidade da rede, e coeficiente de clusterização global da rede. Na implementação das análises matemáticas, utilizou-se *Python* e o SPSS versão 20.0 para as análises estatísticas. Na primeira parte do trabalho, foi analisado o impacto dos parâmetros de dimensão e *delay* nas medidas de entropias. Na segunda parte, o total da amostra correspondente a 40 séries temporais de intervalos RR, dividido em dois grupos, foram comparados aplicando-se as medidas de quantificação da rede. **Resultados e Discussão:** Os parâmetros tiveram efeito diretamente proporcional nas medidas de entropia até certo limite. Achados na literatura, mostraram que a limitação na análise de redes ordinais se dá pela dissipação no processo de mapeamento ou por invidência de alguns tipos de sinais. Observou-se que para diminuir as degenerações, as dimensões precisam ser grandes o suficiente sem, entretanto, inviabilizar a análise computacional ou aumentar demasiadamente os ruídos nos sinais. Nos quantificadores da rede, foi possível avaliar o impacto dos parâmetros na eficácia, para a classificação dos indivíduos saudáveis e coronariopatas. **Conclusão:** A entropia de Shannon destacou-se em todas as dimensões para *delay* 6, já a coeficiente de clusterização global da rede limitando-se a dimensões 5 e 6. Portanto, a análise das medidas de quantificação de redes complexas aplicadas na diferenciação de séries temporais de intervalos RR possibilitou a diferenciação de intervalos RR de grupo de indivíduos saudáveis e coronariopatas.

**Palavras-Chave:** Intervalos RR. Redes Complexas. Dinâmica Simbólica. Entropias. Modelos Matemáticos.

## ABSTRACT

**Introduction:** Efforts to apply the analysis of complex ordinal networks are being expanded and recognized as effective in the evaluation and interpretation of non-linear biological signals, including those obtained from electrocardiograms (ECGs) and electroencephalograms (EEGs). Ordinal symbolic analysis, that is, the analysis of ordinal representations, has some practical advantages. First of all, it is generally recognized as being conceptually simple and computationally fast. Furthermore, ordinal patterns, being defined by inequalities, are relatively robust against observational noise. For this reason, ordinal symbolic analysis has remained a popular method in biology and medicine, especially when it comes to distinguishing normal and abnormal health conditions in real time. **Objective:** To analyze the quantification measures of complex networks to apply them in the differentiation of time series of RR intervals of a group of healthy individuals and those with coronary artery disease. **Material and Methods:** This is a computational study that involves analysis of time series of RR intervals of healthy young people with coronary artery disease from a database. The time series was mapped for transformation into complex networks. From the complex networks, several parameters were obtained, such as entropy calculation, number of network edges, average degree of network, network density, and global clustering coefficient of the network. In the implementation of the mathematical analyses, Python and SPSS version 20.0 were used for the statistical analyses. In the first part of the work, the impact of dimension and delay parameters on entropy measurements was analyzed. In the second part, the total sample corresponding to 40 time series of RR intervals, divided into two groups, were compared by applying the network quantification measures. **Results and Discussion:** The parameters had a directly proportional effect on entropy measurements up to a certain limit. Findings in the literature showed that the limitation in the analysis of ordinal networks is caused by the dissipation in the mapping process or by the lack of evidence of some types of signals. It was observed that to reduce the degenerations, the dimensions need to be large enough without, however, derail the computational analysis or excessively increasing the noise in the signals. In the quantifiers of the network, it was possible to evaluate the impact of the parameters on the efficacy, for the classification of healthy and coronary patients. **Conclusion:** Shannon entropy stood out in all dimensions for delay 6, showing better results in dimensions 5 and 6, with special emphasis on dimension 6 in several of them. Enabling the differentiation of time series of RR intervals of a group of healthy and coronary diseased individuals.

**Keywords:** RR intervals. Complex Networks. Symbolic Dynamics. Entropies. Mathematical Models.

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1– Representação de um intervalo RR obtido a partir de um eletrocardiograma .....   | 26 |
| Figura 2 - Ilustração dos grafos G1 e G2 .....   | 27 |
| Figura 3 - Ilustração do grafo G(P, E) .....   | 28 |
| Figura 4 - Exemplo de grafo com vértices e arestas .....   | 29 |
| Figura 5 - Problema das setes pontes de Konigsberg.....  | 30 |
| Figura 6 - Grafo Orientado, Laço, Vértices paralelos e antiparalelos .....   | 31 |
| Figura 7 - Ilustração dos grafos, G1 à esquerda e G2 à direita.....  | 31 |
| Figura 8 - (1) Completo (2) Grafo regular de grau 4 e completo (3) Multigrafo .....  | 33 |
| Figura 9 - Um passeio, um circuito e um caminho simples .....  | 34 |
| Figura 10 - Uma Árvore.....  | 34 |
| Figura 11 - Matriz de Adjacência.....  | 36 |
| Figura 12 - Grafo e subgrafo de G .....  | 37 |
| Figura 13 - Ilustração de um grafo com N = 6 nós. ....   | 38 |
| Figura 14 - Rede de amizades .....   | 39 |
| Figura 15 - Modelo de rede a partir da dinâmica simbólica e a matriz de adjacência correspondente .....                          | 47 |
| Figura 16 - Mapeamento de uma série temporal univariada em uma rede ordinal, com padrões de dimensão (m) e delay ( $\tau$ )..... | 48 |
| Figura 17– Fundamentos do algoritmo aplicado a redes complexas .....   | 49 |
| Figura 18 - Rede representando a teoria de agrupamento .....   | 57 |
| Figura 19 - Representação do coeficiente de agrupamento entre os vizinhos de $P_i$ .....   | 58 |
| Figura 20 - Ilustração do grafo G (5,6) para determinação do coeficiente de cluster do nó local.....                             | 59 |
| Figura 21 - Médias marginais estimadas da entropia de Shannon para interação entre dimensão e delay .....                        | 73 |
| Figura 22- Médias marginais estimadas da entropia de Permutação Condicional para interação entre dimensão e delay .....          | 82 |
| Figura 23 - Médias marginais estimadas da entropia Global para interação entre dimensão e delay .....                            | 91 |
| Figura 24 - Fluxograma com inclusão dos quantificadores que representa de modo simplificado o algoritmo apresentado .....        | 94 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 25- Valor de significância p das comparações estatísticas das quantidades de arestas da rede entre indivíduos saudáveis e coronariopatas ..... | 99  |
| Figura 26.- Valor de significância p das comparações estatísticas dos graus médios da rede entre indivíduos saudáveis e coronariopatas .....          | 100 |
| Figura 27- Valor de significância p das comparações estatísticas das densidades da rede entre indivíduos saudáveis e coronariopatas .....             | 101 |
| Figura 28- Valor de significância p das comparações estatísticas dos coeficientes   | 103 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1 - Teste de esfericidade de Mauchly's <sup>a</sup> para entropia de Shannon, Permutação Condicional e Global nos delays .....                           | 64 |
| Tabela 2 - Medidas descritivas das Entropias de Shannon, Permutação Condicional e Global nos delays e dimensões.....  | 65 |
| Tabela 3 - Efeito entre sujeitos para entropia de Shannon com correção de Greenhouse-Geisser .....  | 66 |
| Tabela 4 - Teste de contrastes dentre sujeitos para entropia de Shannon .....   | 67 |
| Tabela 5 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas intra sujeitos ....   | 67 |
| Tabela 6 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas entra sujeitos para entropia de Shannon .....   | 69 |
| Tabela 7 - Médias marginais estimadas da entropia de Shannon para interação Dimensão*Delay com ajuste de Sidak para comparações múltiplas.....                  | 70 |
| Tabela 8 - Testes Univariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão x Delay.....  | 71 |
| Tabela 9 - Testes Multivariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão x Delay.....  | 72 |
| Tabela 10 - Efeito entre sujeitos para entropia de Permutação Condicional com correção de Greenhouse-Geisser .....  | 74 |
| Tabela 11 - Teste de contrastes dentre sujeitos para entropia de Permutação Condicional.....  | 75 |
| Tabela 12 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas intra sujeitos ..  | 76 |
| Tabela 13 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas inter sujeitos ..  | 77 |
| Tabela 14 - Médias marginais estimadas da entropia de Permutação Condicional para interação Dimensão*Delay com ajuste de Sidak para comparações múltiplas ..... | 78 |
| Tabela 15 - Testes Univariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão*Delay .....  | 80 |
| Tabela 16 - Testes Multivariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão*Delay .....  | 81 |
| Tabela 17 - Efeito entre sujeitos para entropia Global com correção de Greenhouse-Geisser .....   | 83 |
| Tabela 18 - Teste de contrastes dentre sujeitos para entropia Global .....  | 84 |
| Tabela 19 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas .....  | 85 |

|   |    |
|---|----|
| Tabela 20 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas entre sujeitos.  | 86 |
| Tabela 21 - Médias marginais estimadas da entropia Global para interação Dimensão x Delay com ajuste de Sidak para comparações múltiplas .....            | 87 |
| Tabela 22 - Testes Univariados para Análise de Variância (ANOVA) mista .....  | 88 |
| Tabela 23 - Testes Multivariados para Análise de Variância (ANOVA) mista .....  | 89 |
| Tabela 24—Valor de significância p das comparações estatísticas das entropias de Shannon entre indivíduos saudáveis e coronariopatas .....                | 95 |
| Tabela 25- Valor de significância p das comparações estatísticas das entropias de permutação condicional entre indivíduos saudáveis e coronariopatas..... | 96 |
| Tabela 26 - Valor de significância p das comparações estatísticas das entropias globais entre indivíduos saudáveis e coronariopatas .....                 | 98 |

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

|        |   |
|--------|---|
| ECGs   | Eletrocardiogramas  |
| EEG    | Eletroencefalograma   |
| RR     | Intervalos RR   |
| FNN    | Métodos dos falsos vizinhos                                     |
| MCD    | Métodos das coordenadas defasadas                               |
| IM     | Informação mútua  |
| NUTECC | Núcleo Transdisciplinar para o Estudo do Caos e da Complexidade |
| Famerp | Faculdade de Medicina de São José do Rio Preto                  |
| SPSS   | <i>Statistical Package for the Social Sciences</i>              |
| MATLAB | MATrix LABoratory   |
| ANOVA  | Análise de variância  |
| SNA    | Sistema nervoso autônomo  |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                          |  |
|--------------------------|--|
| $K_N$                    | G é um grafo completo com N vértices   |
| $\tau, t$                | Atraso de incorporação, intervalo de tempo ou <i>delay</i>                             |
| $m$                      | Dimensão de incorporação   |
| $\neq$                   | Diferente de   |
| $\emptyset$              | Conjunto Vazio   |
| $\subseteq$              | É subconjunto próprio de   |
| $\epsilon$               | Pertence a   |
| P                        | Conjunto dos vértices ou nós   |
| E                        | Conjunto de elos ou arcos ou arestas   |
| f                        | Função   |
| (P, E, f), G(P, E), G, H | Grafos   |
| $P \times P$             | Produto cartesiano   |
| (x,y)                    | Par ordenado   |
| x e y                    | Vértices   |
| N, K                     | Número de vértices; Nós  |
| n                        | Número total de arestas (Equação 3.6)  |
| N(x)                     | Vizinhança de um vértice $x \in P$   |
| e                        | Aresta $e = xy \in EG$   |
| $K_x$                    | Grau do vértice x (Equação 2.1)  |
| $v_i$                    | Vértices adjacente para $1 \leq i \leq K$ , sendo $K \geq 1$                           |
| $M, M[x,y]$              | Matriz de adjacência   |
| $a_{ij}$                 | Elementos da matriz de adjacência A da rede ordina                                     |
| $\subset$                | Está contido; é subconjunto de   |
| p                        | Probabilidade  |
| (i, j)                   | Relação de $i, j \in P$  |
| R                        | Rede complexa  |
| $m_{ij}$                 | Elemento da matriz que representa o par de vértices (i, j) do conjunto P (Equação 3.3) |
| $k_i$                    | Grau do nó $i \in P$ (Equação 3.4)   |
| $K_{out}(v_i)$           | Grau de saída do vértice $v_i$   |
| $K_{in}(v_i)$            | Grau de entrada do vértice $v_i$   |

|                   |  |
|-------------------|--|
| $\bar{K}$         | Grau médio da rede (Equação 3.7)   |
| $\rho$            | Densidade da rede (Equação 3.9)  |
| $C_i$             | Coeficiente de agrupamento do nó $i$ (Equação 3.11)  |
| $\bar{C}$         | Coeficiente de agrupamento de toda a rede  |
| (Equação 3.12)    |  |
| $Z_+$             | Conjunto dos inteiros não-negativos  |
| $\lambda$         | Número real  |
| $P(k; \lambda)$   | Distribuição de Poisson (Equação 3.14)   |
| $\{X_k\}_{k=1}^K$ | Série temporal equidistante  |
| $Z_k$             | Vetor de integração  |
| $s_i, s_k$        | Símbolo ordinal para índice de tempo discreto $i$ ou   |
| $k$               |  |
| $S$               | Conjunto único de todos os símbolos ordinais presentes na série temporal                           |
| $m!$              | Fatorial de $m$  |
| $h^{PE}$          | Entropia de <i>Shannon</i> (Equação 4.1)   |
| $P_i$             | Vetor de probabilidade (Equação 4.1)   |
| $P_N, P$          | Matriz estocástica $P_N$ ou matriz de transição de probabilidade                                   |
| $p_i$             | Probabilidade de se estar em um vértice $i$  |
| (Equação 4.2)     |  |
| $P_{ij}$          | Probabilidade de uma transição de $S_i$ para $S_j$   |
| $\forall$         | Para todo ou qualquer que seja   |
| $h^{CPE}$         | Entropia de permutação condicional (Equação 4.3)   |
| $P^T$             | Matriz estocástica sem <i>self-loops</i> (Equação 4.4)   |
| $h_i^{LNE}$       | Entropia de enlace de saída do nó local para o nó “ $i$ ” ou, entropia local de node (Equação 4.5) |
| $h^{GNE}$         | Entropia global (Equação 4.6)  |
| $R^n$             | Dimensão $n$   |
| $C_{rand}$        | Coeficiente de agrupamento de um gráfico aleatório   |
| $\hat{\epsilon}$  | <i>Epsilon</i>   |
| $gl$              | Graus de liberdade   |
| $\chi^2$          | Qui-quadrado   |

IC

Intervalo de confiança

## SUMÁRIO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> .....  | <b>22</b> |
| <b>2 OBJETIVOS</b> .....   | <b>25</b> |
| 2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....  | 25        |
| <b>3 REVISÃO DA LITERATURA</b> .....   | <b>26</b> |
| 3.1 TEORIA DE GRAFOS.....  | 27        |
| 3.1.1 Grafos direcionados, laços e arcos paralelos .....                               | 30        |
| 3.1.2 Vizinhança e adjacência .....  | 31        |
| 3.1.3 Ordem, grau.....   | 32        |
| 3.1.4 Grafo regular, completo, multigrafo.....   | 33        |
| 3.1.5 Passeio, Caminho, Ciclos e Árvores.....  | 33        |
| 3.1.6 Matriz de adjacência .....   | 35        |
| 3.1.7 Subgrafos .....  | 36        |
| 3.2 INTRODUÇÃO A REDES COMPLEXAS .....   | 37        |
| 3.2.1 Redes ordinais .....   | 40        |
| 3.2.2 Parâmetros de mapeamento da série temporal em redes complexas .....              | 40        |
| 3.3 JUSTIFICATIVA .....  | 42        |
| <b>4 MATERIAL E MÉTODOS</b> .....  | <b>44</b> |
| 4.1 DELINEAMENTO DO ESTUDO.....  | 44        |
| 4.2 TAMANHO DA AMOSTRA PARA O ESTUDO .....   | 44        |
| 4.3 ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS POR REDES COMPLEXAS USANDO<br>DINÂMICA SIMBÓLICA. .... | 45        |
| 4.4 MAPEAMENTO DAS SÉRIES TEMPORAIS .....  | 47        |

|   |           |
|---|-----------|
| 4.5 FLUXOGRAMA PARA O CÁLCULO DO IMPACTO DOS PARÂMETROS NAS ENTROPIAS .....                         | 49        |
| 4.6 CÁLCULO DAS ENTROPIAS .....   | 49        |
| 4.6.1 Entropia de permutação ou entropia de <i>Shannon</i> .....                                    | 50        |
| 4.6.2 Entropia de permutação condicional.....   | 51        |
| 4.6.3 Entropia de enlace local sem <i>self-loops</i> .....  | 52        |
| 4.6.4 Entropia global.....  | 53        |
| 4.7 CÁLCULO DE QUANTIFICAÇÃO DA REDE .....  | 53        |
| 4.7.1 Quantidade de aresta e grau do vértice.....   | 53        |
| 4.7.2 Grau médio .....  | 55        |
| 4.7.3 Densidade da rede.....  | 56        |
| 4.7.4 Coeficiente de clusterização .....  | 57        |
| 4.8 ANÁLISE ESTATÍSTICA.....  | 61        |
| <b>5 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>  | <b>63</b> |
| 5.1 O IMPACTO DOS PARÂMETROS NAS MEDIDAS DE ENTROPIAS .....   | 63        |
| 5.1.2 Entropia de Shannon .....   | 65        |
| 5.3.2 Entropia de permutação condicional.....   | 74        |
| 5.3.3 Entropia global.....  | 83        |
| 5.3.4 Avaliação dos parâmetros nas medidas de entropia .....  | 92        |
| 5.4 DIFERENCIAÇÃO DE INDIVÍDUOS SAUDÁVEIS E CORONARIOPATAS CONFORME OS QUANTIFICADORES DA REDE..... | 93        |
| 5.4.1 Fluxograma com inclusão dos quantificadores da rede para diferenciação dos cardiopatas .....  | 94        |
| 5.4.2 Aplicação da entropia de <i>Shannon</i> .....   | 95        |

|  |            |
|--|------------|
| 5.4.3 Aplicação da entropia de permutação condicional..... | 96         |
| 5.4.4 Aplicação da entropia global.....                    | 97         |
| 5.4.5 Quantidade de arestas da rede .....                  | 98         |
| 5.4.6 Grau médio da rede .....                             | 100        |
| 5.4.7 Densidade da rede.....                               | 101        |
| 5.4.8 Coeficiente de clusterização global da rede .....    | 102        |
| <b>6 CONCLUSÃO .....</b>                                   | <b>105</b> |
| <b>7 LISTAS DE PUBLICAÇÕES DO DOUTORADO.....</b>           | <b>106</b> |
| 7.1 RESUMOS PUBLICADOS EM ANAIS DE CONGRESSO.....          | 106        |
| 7.2 TRABALHOS COMPLETOS PUBLICADOS EM ANAIS DE CONGRESSO.. | 106        |
| <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                    | <b>107</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de métodos para análise de sinais fisiológicos, podem contribuir para prevenir o agravamento de alguns quadros clínicos. A grande incidência e prevalência de cardiopatologias tem sido objeto de estudo e preocupação. E, portanto, requerem avanços e inovações que agreguem informação à análise destes quadros clínicos. Neste contexto, o desenvolvimento de estratégias que envolvam análises estatísticas adequadas para sinais fisiológicos não lineares (PARLITZ et al., 2012; AMIGÓ, KELLER, UNAKAFOVA, 2015; DOS SANTOS, 2015).

A teoria dos grafos<sup>1</sup>, tem servido costumeiramente de reduto para o estudo de redes complexas. Erdős e Rényi foram os precursores no estudo de gráficos aleatórios (ALBERT, BARABÁSI, 2002). Os sistemas complexos possuem fundamentos de composição que na sua vizinhança devem ser representados por algum nível de códigos. Se houver alguma variação nas intermediações dessas redes de um gráfico aleatório, surge então, a necessidade da medição e implementação de ferramentas capazes de reter dados quantitativos implícitos em seus fundamentos.

Métodos lineares e não lineares podem ser utilizados para classificar série temporal de intervalos RR. Métodos lineares são os mais comumente aplicados a análise de intervalos RR, como um dos parâmetros para a avaliação das condições do SNA. Entretanto, não são apropriados para diferenciar as oscilações destes sinais fisiológicos, pois podem fornecer resultados semelhantes para diferentes perfis de intervalos RR (SANTOS et al., 2022).

Já os métodos não lineares, como por exemplo a mensuração de quantificação de recorrência, plotagem de *Poincaré*, de entropia de *Shannon*, dimensão de correlação, métodos de dinâmica simbólica, análise de reversibilidade no tempo e redes de fisiologia, favorecem a compreensão do significado dos sinais biológicos no complexo funcionamento do organismo, fornecendo informações ricas sobre a dinâmica dos sistemas. As técnicas de séries temporais não lineares são motivadas pelas características e interações não lineares dos sistemas fisiológicos (SANTOS et al., 2022). A análise simbólica ordinal é uma área promissora para o desenvolvimento de modelos estatísticos e métodos que visem mostrar a significância e confiabilidade dos resultados obtidos pela análise ordinal (AMIGÓ; KELLER; UNAKAFOVA, 2015).

---

<sup>1</sup>A palavra “grafo” é um neologismo da palavra graph em inglês.

Nos últimos anos, o uso de redes complexas tem ganhado forças na literatura para representar e caracterizar sistemas de naturezas diversos (ALBERT; BARABÁSI, 2002; NEWMAN, 2010) e redes de séries temporais (ZOU et al., 2019). Segundo Pessa (2020), a classificação do mapeamento de uma série temporal em uma rede se dá por: grafos de visibilidade, redes de transição e redes de proximidade.

Nos grafos de visibilidade os nós da rede são observações extraídas da série temporal, que satisfaz a uma condição de visibilidade (LACASA et al., 2008) sendo conectados entre si. Nas redes de transição, os nós estão associados a intervalos da série temporal e conectados por arestas de acordo com as condições que surgem com a série (SMALL, 2013). Nas redes de proximidade os nós representam um conjunto finito de situações (MARWAN et al., 2009) ou observações da série (ZHANG; SMALL, 2006) e as arestas conectam os nós que estão próximos entre si segundo medida de afastamento (MARWAN et al., 2009; ZHANG; SMALL, 2006).

Nesse contexto, esta pesquisa faz uso de redes complexas para análise de séries temporais de intervalos RR, justificando-se pelo impacto científico e social da pesquisa biomédica e a necessidade constante de ferramentas diagnósticas cada vez melhores para distinguir condições de saúde normais e anormais, em tempo real (AMIGÓ; KELLER; UNAKAFOVA, 2015).

Há algumas prerrogativas em usar as redes complexas ordinais em séries temporais de intervalos RR, como por exemplo a facilidade de se representar qualquer sistema por um conjunto de vértices e arestas (ALBERT; BARABÁSI, 2002; DOROGOVTSSEV, 2010), avaliar características como escala de tempo e propriedades de correlação não linear (BECKERS; VERHEYDEN; AUBERT, 2006), imprevisibilidade e complexidade da série temporal (GODOY, 2016).

A reconstrução dos sinais de espaço de fase das séries temporais, se faz necessário em muitos casos que usam métodos para analisar tais séries, tendo em vista que, não se analisa as séries de tempo propriamente ditas, mas os sinais reconstruídos do espaço de fase (WALLOT, MØNSTER, 2018). Dois parâmetros são fundamentais na reconstrução do espaço de fase das séries temporais nos diversos métodos apresentados na literatura, de forma a aproximar-se da dinâmica do espaço de fase original: a dimensão de incorporação ( $m$ ) e o *delay* ( $\tau$ ).

Alguns métodos convencionais são usados para a determinação dos parâmetros, como: a) informação mútua média (CAO, 1997; KANTZ, SCHREIBER, 1997; WALLOT, MØNSTER, 2018) que no teorema de *Takens* é usado para

determinar o parâmetro de atraso; b) falsos vizinhos mais próximos (KENNEL, BROWN, ABARBANEL, 1992; KANTZ, SCHREIBER, 1997; SMALL, 2005; AMIGÓ, 2014; NEUMAN, MARWAN, COHEN, et al., 2014;; WALLOT, MØNSTER, 2018), em que a dimensão e o *delay* são indicados pelo ponto de estabilidade das funções; c) análise de quantificação de recorrência multidimensional (MARWAN et al., 2007; NEUMAN et al., 2014; WALLOT et al., 2016; McCULLOUGH et al., 2017 A), que usa combinações de sinais individuais das séries temporais para determinar os parâmetros.

De acordo com Byun et al. (2019), séries temporais biomédicas (não estacionárias), incluindo os intervalos RR, fornecem conjuntos diversos de dados que na sua maioria apresentam-se de formas obscuras e que podem ser esclarecidas por medidas de entropias, dentre outros quantificadores de medidas, que nos últimos anos, têm sido amplamente exploradas para esta finalidade (RICHMAN, MOORMAN, 2000; COSTA et al., 2002; SANTOS et al., 2021).

As medidas de entropias possuem características específicas como, dimensões menores quando comparadas com outras medidas não lineares, expoentes de *Lyapunov* e dimensão de correlação (ECKMANN, RUELE, 1992; BOLEA et al., 2014; McCULLOUGH et al., 2017a), e podem ser aplicadas a séries temporais não-estacionárias, sendo mais resistentes a ruídos. Após mapeamento da série temporal de intervalos RR, obtemos as redes complexas conforme variamos os parâmetros de dimensão e *delay* e com base nesta, as medidas de entropias e outros quantificadores tais como: número de arestas, grau do vértice, grau médio, densidade da rede e coeficiente de clusterização; que podem ser úteis na diferenciação das redes complexas conforme o sinal biológico de cada uma, para aplicação em sistemas dinâmicos.

Embora seja encontrado uma variedade de trabalhos que utilizam os parâmetros dimensão ( $m$ ) e *delay* ( $\tau$ ) associados a análise de sistemas dinâmicos não lineares, entretanto, até onde sabemos, não há evidências na literatura de estudos que utilizaram estes parâmetros para mapeamento das séries temporais obtidas de intervalos RR, fazendo uso de redes complexas e analisando o impacto destes parâmetros nos valores das medidas de entropias. A análise destes impactos amplia os horizontes para aplicação de estatísticas mais assertivas em sistemas dinâmicos não lineares que caracteristicamente podem apresentar diversos ruídos.

## 2 OBJETIVOS

Analisar as medidas de quantificação de redes complexas para aplicá-las na diferenciação de séries temporais de intervalos RR de grupo de indivíduos saudáveis e coronariopatas.

### 2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Reconstruir os espaços de fase das séries temporais de intervalos RR;
- ✓ Transformar os espaços de fase em redes complexas;
- ✓ Correlacionar dimensão e *delay* na reconstrução dos espaços de fase;
- ✓ Calcular as métricas de quantificação da rede;
- ✓ Avaliar acurácia dos quantificadores de rede na diferenciação de indivíduos saudáveis e coronariopatas;
- ✓ Identificar o impacto dos parâmetros de incorporação no mapeamento das séries temporais de intervalos RR.

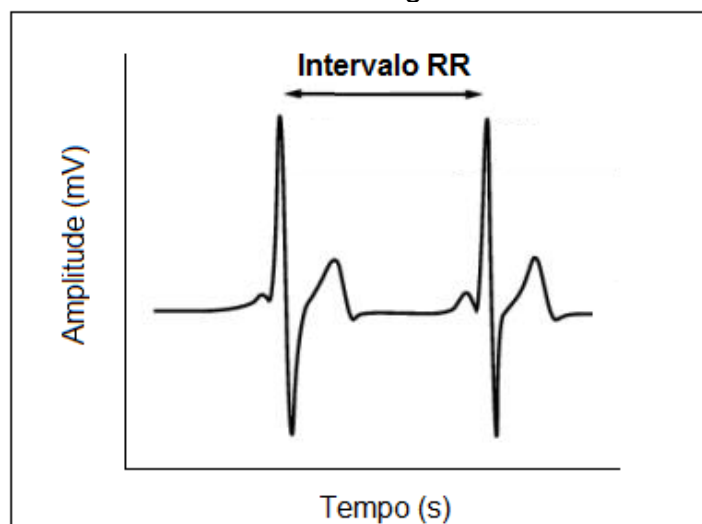
### 3 REVISÃO DA LITERATURA

Para construir modelos para mapeamento de um sinal biológico, por exemplo, séries temporais de intervalos RR, aferido por métodos específicos, é comum a aplicação de métodos de análise de séries temporais ordinais, que é um mapeamento simbólico onde regiões do espaço de fase reconstruídas são mapeadas para um conjunto de símbolos ordinais, auxiliando na análise estatística e classificação destes sinais, considerando segmentos curtos de dados com comprimento definido (MCCULLOUGH et al., 2017a).

Séries temporais de intervalos RR são definidas como verificações temporalmente sucessivas dos intervalos RR (duração entre duas ondas R) de um eletrocardiograma (Figura 1). Essas séries estão principalmente ligadas ao funcionamento do Sistema Nervoso Autônomo (SNA) e podem fornecer informações sobre a homeostase do indivíduo.

Ainda segundo McCullough et al. (2017a), para uma análise estatística desta natureza, é possível aplicar o conceito de redes ordinais, onde aspectos teóricos e práticos se complementam ao princípio das redes complexas para análise de séries temporais. De acordo com Gomes et al. (2017) a análise de sinais não estacionários, como os biológicos, é possível pela avaliação dos intervalos RR do eletrocardiograma (Figura 1), podendo nesta análise fazer uso de métodos lineares e não lineares. Entre os métodos não lineares destacam-se as redes complexas.

Figura 1– Representação de um intervalo RR obtido a partir de um eletrocardiograma



Fonte: Autoria própria.

A representação de uma rede complexa pode ser gerada a partir de uma série temporal de intervalos *RR*. Neste trabalho, para esta transformação, estamos considerando dois parâmetros fundamentais: dimensão de imersão e *delay*. Além de outras métricas de entropias que serão apresentadas posteriormente.

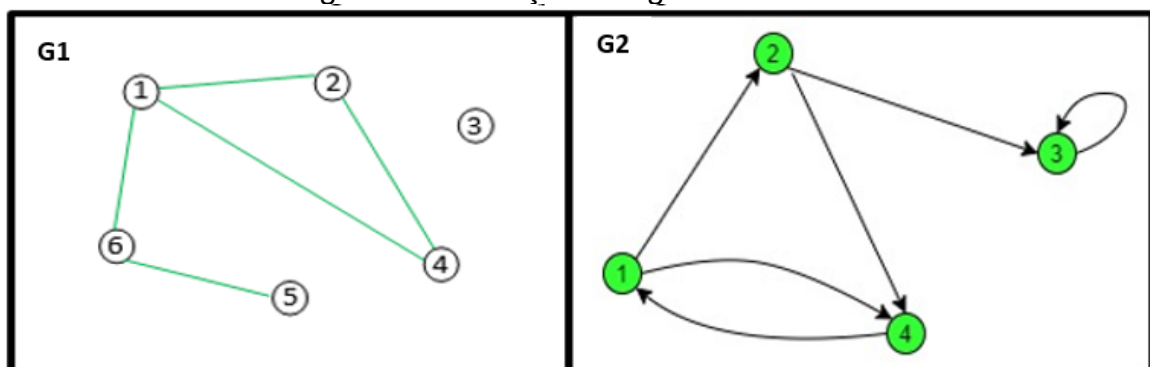
### 3.1 TEORIA DE GRAFOS

Aqui serão apresentados conceitos basilares sobre teoria de grafos, que vão nortear as discussões sobre um tipo específico de grafo: as redes complexas. As redes complexas diferem de outros grafos por apresentarem propriedades topográficas como: coeficiente de aglomeração, distribuição de Graus, resistência, misturas de padrões e correlação de Graus (METZ et al., 2007).

A teoria dos grafos foi estabelecida no século XVIII nos estudos de Leonhard Euler, a qual se observava um alto índice de regularidade. Já no século XX, a teoria dos grafos tornou-se mais estatística e algorítmica. A partir da descoberta de Paul Erdős de que na resolução de problemas na teoria dos grafos, regularmente usava-se os métodos probabilísticos. Erdős e Rényi (1959, 1960, 1961) introduziram estudos da teoria dos grafos aleatórios, ou seja, sem princípios de *design* aparentes; propostas como a mais simples e direta realização de uma rede complexa.

Podemos usar grafos para representar relacionamentos (arestas) entre diversos objetos (vértices) com aplicações em diversas áreas como mapeamento, transporte, engenharias, redes de computadores e análise de dados biomédicos (GOODRICH, TAMASSIA, GOLDWASSER, 2014), conforme apresentado na figura 2.

Figura 2 - Ilustração dos grafos G1 e G2



Fonte: Autoria própria.

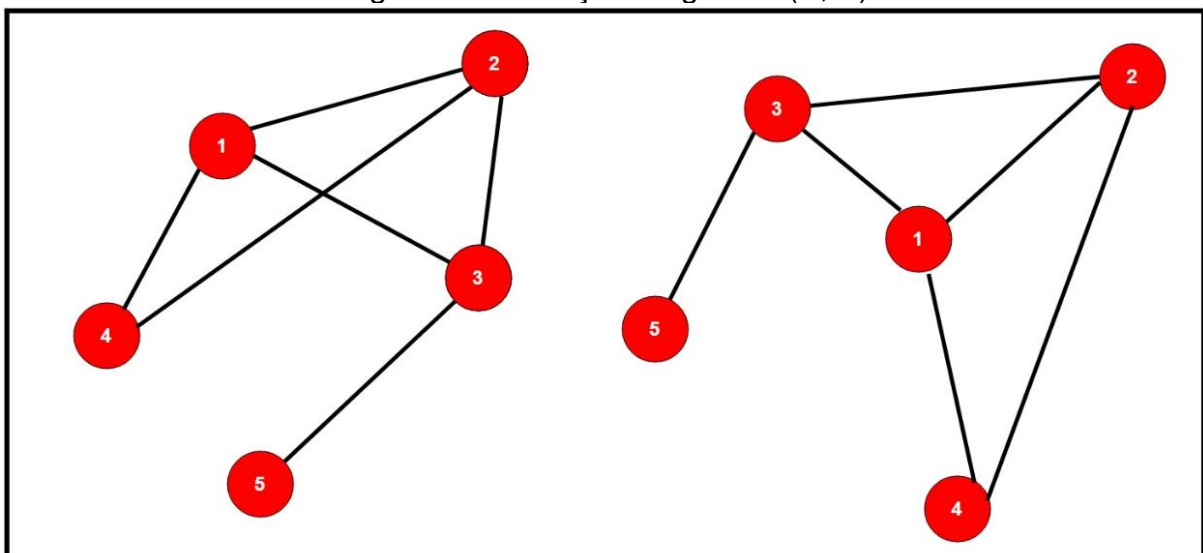
Nota: Os círculos numerados representam os vértices e as ligações (retas e setas) entre eles, as arestas.

Formalmente, se  $P$  e  $E$  são conjuntos finitos arbitrários, e  $f$  uma função que associa a cada elemento de  $P$  um par ordenado de elementos de  $E$ , o terno  $(P, E, f)$  é definido como um grafo. Simplificadamente, a estrutura matemática  $(P, E, f)$  do grafo, pode ser representada por  $G(P, E)$ ;  $P \neq \emptyset$  (Conjunto Vazio) é o conjunto (finito ou não) de vértices ou nós;  $E$  é o conjunto de elos ou arcos ou arestas, elementos do produto cartesiano,  $P \times P = \{(x, y); x \text{ e } y \text{ são vértices de } P\}$ ; isto é,  $E \subseteq P \times P$  (FEOFILOFF et al., 2011).

A configuração de um grafo pode ser feita por elementos  $P$ , simbolizando os nós e elementos  $E$ , retratando os arcos que ligam os vértices, representando suas relações de adjacências por um diagrama sem significado geométrico entre os vértices de  $G$  (MELO, 2014). Ainda segundo Mello (2010), a importância de um nó na rede é equivalente ao seu grau e os nós com maior número de conexões são chamados de *hubs*.

Exemplo: O grafo  $G(P, E) = (\{1,2,3,4,5\}, \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,4\}, \{2,3\}, \{3,5\}\})$  pode ser representado indistintamente pelos diagramas abaixo, já que a relação de adjacência será a mesma, conforme apresentado na figura 3.

Figura 3 - Ilustração do grafo  $G(P, E)$

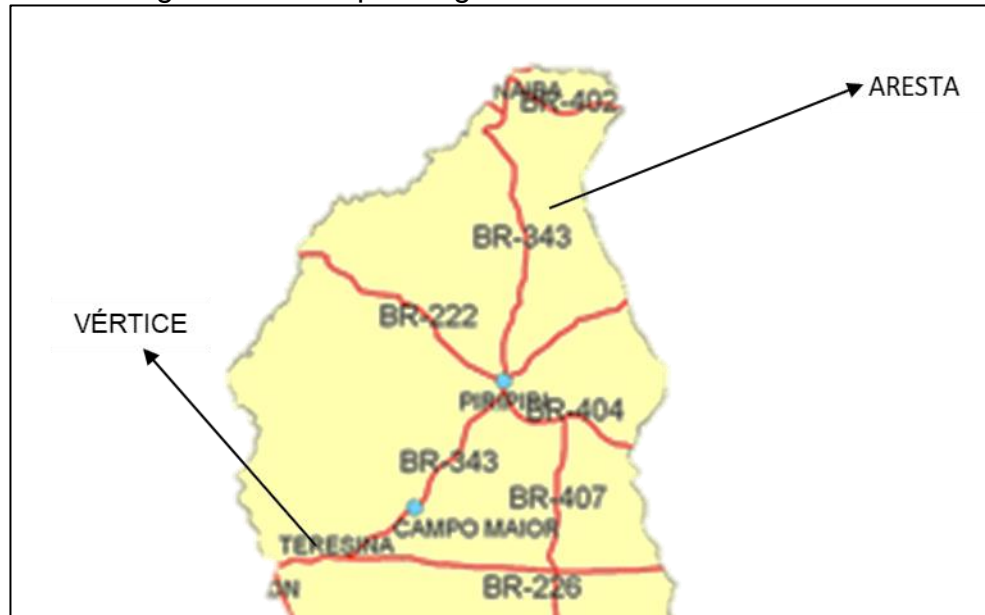


Fonte: Autoria própria.

A Figura 4 representa um grafo de um mapa rodoviário em que cada cidade representa um vértice e as estradas representam os elos. Perguntas sobre conectividades são as mais importantes para a compreensão e análise destas relações. Por exemplo: quais cidades estão conectadas por estradas? Sendo assim,

podemos encontrar no grafo a resposta para este tipo de pergunta, ou seja, o que está conectado ao quê.

Figura 4 - Exemplo de grafo com vértices e arestas

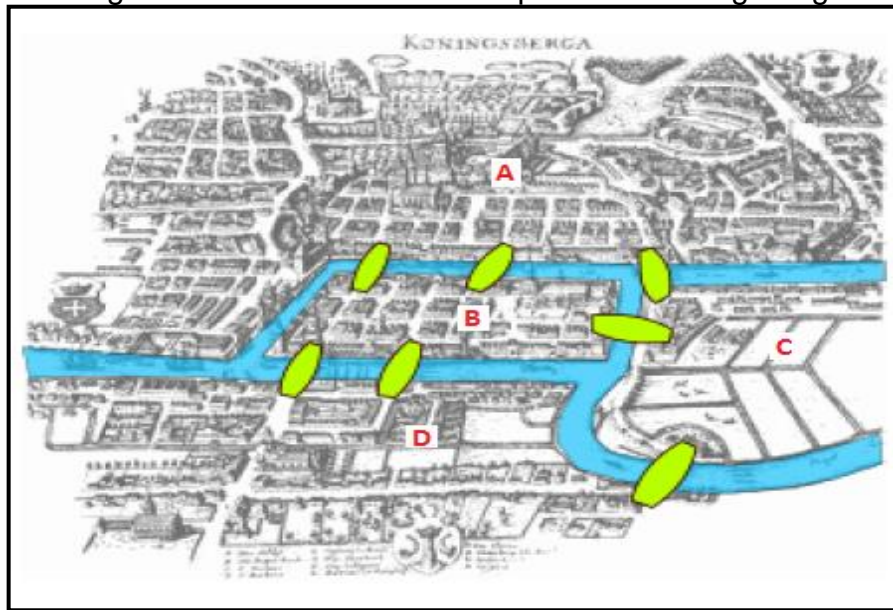


Fonte: Adaptado de Logística e Transportes (2008).

No século XVIII, Leonhard Euler<sup>2</sup> (1708-1783) primeiro matemático a escrever sobre a abstração dos grafos, resolveu o problema das sete pontes de *Konigsberg* (EULER, 1741) que ligavam duas ilhas, contornadas pelo Rio Prególia conforme apresentado na figura 5, ao simplificar a questão propondo a representação das ilhas por vértices e das pontes por arestas. Ele demonstrou que só seria possível fazer um percurso pela cidade, iniciando e finalizando no mesmo ponto, passando um única vez por cada ponte, se existisse zero ou dois pontos, pois cada vértice precisaria de um par de caminhos, um para entrar e outro para sair. Os dois pontos ímpares representam um início e um final do percurso.

<sup>2</sup> É um dos maiores matemáticos de todos os tempos, produziu mais de 1100 artigos e livros.

Figura 5 - Problema das setes pontes de Königsberg



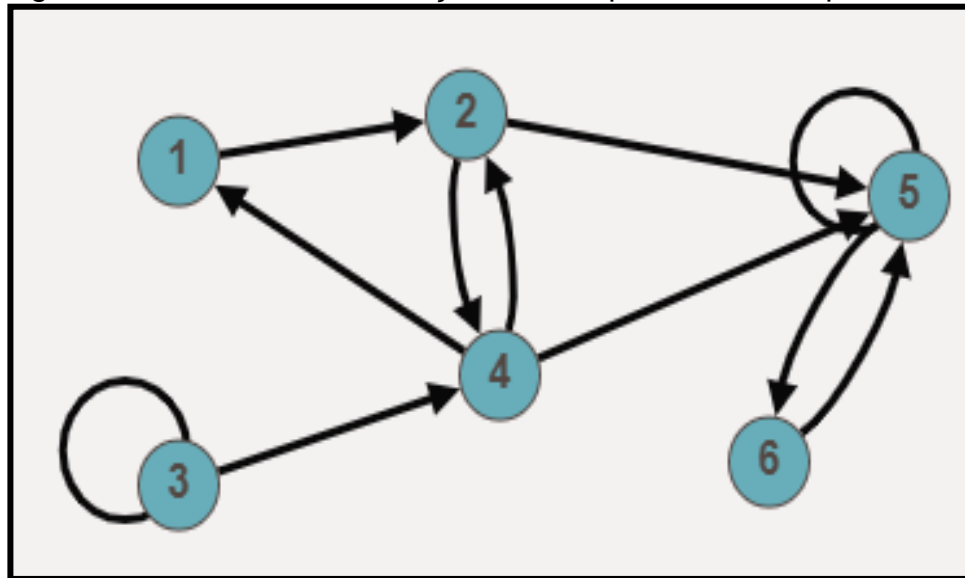
Fonte: Souza, 2014.

A seguir, introduzimos a definição de grafos concomitantemente com os termos a ele relacionados: vértice, aresta (ou elos), grafos orientados, loop, grau, adjacência, caminho, circuito, conectado, componente e matriz de adjacência. No decorrer deste trabalho, os termos rede e grafo, vértice e nó, aresta, arco e elos serão utilizados como sinônimos. Exceto em situações em que for explicitado o contrário.

### 3.1.1 Grafos direcionados, laços e arcos paralelos

Um grafo  $G(P, E)$ , é direcionado se o vértice  $P_i = (x, y)$  tem elo iniciando em  $x$  e terminando em  $y$ ; a determinação da direção é indicada por arestas com setas na ponta de destino. Em contrapartida, se em um grafo  $G(P, E)$  as arestas não possuem direção,  $G$  é não direcionado e neste caso, as arestas  $(x_1, y_2)$  e  $(x_2, y_1)$  são idênticas. Uma aresta que apresenta apenas uma extremidade é chamada de laço (= *loop* = *self-loop*). Duas arestas  $(x, y)$  e  $(w, z)$  que apresentam a mesma ponta inicial e final, são denominadas de paralelas e, neste caso  $(x, y) = (w, z)$ . Por outro lado  $(x, y)$  e  $(z, w)$  são antiparalelos, se a ponta inicial de uma é também a ponta final da outra. Na figura 6 é apresentada ilustrações das definições indicadas.

Figura 6 - Grafo Orientado, Laço, Vértices paralelos e antiparalelos

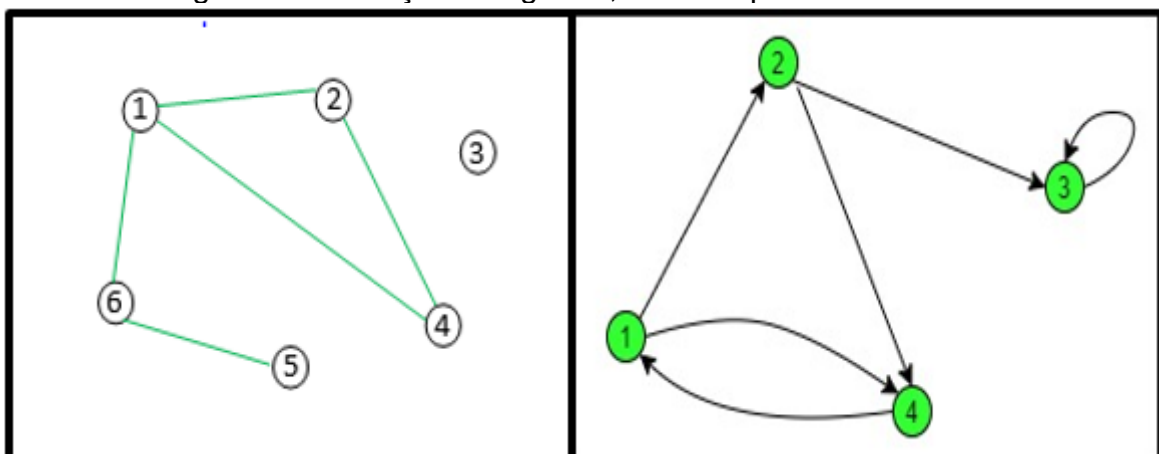


Fonte: Autoria própria.

### 3.1.2 Vizinhaça e adjacência

Dado o grafo  $G=(P, E)$ , a vizinhaça de um vértice  $x \in P$ , denotado por  $N(x)$  é definido por  $N(x) = \{y \in PG / xy \in EG\}$ . No grafo  $G$  a aresta  $e = xy \in EG$ , dizemos que “ $e$ ” e “ $x$ ” são incidentes, da mesma forma que “ $e$ ” e “ $y$ ” também o são. Retomando a análise da Figura 2, em  $G_1$ , o vértice 1 e a aresta (1,2) são incidentes; mas 4 e (1,2) não são.

Nos grafos  $G$  não orientados ou simples, um vértice  $x$  é adjacente (ou vizinho) de  $y$  se a aresta (ou arco)  $(x, y)$  é incidente a ambos. Na Figura 7, em  $G_1$ , as arestas (1,2) e (1,4) são adjacentes, enquanto (1,2) e (5,6) não são.

Figura 7 - Ilustração dos grafos,  $G_1$  à esquerda e  $G_2$  à direita

Fonte: Autoria própria.

No caso de  $G$  ser dirigido, o arco  $(x, y)$  com vértices  $x$  e  $y$  são adjacentes (ou vizinhos), porque o arco tem ponto inicial  $x$  e ponto final  $y$ . Neste caso, diz-se que,  $x$  é antecessor de  $y$  e/ou  $y$  é sucessor de  $x$ . No grafo  $G1$  os vértices adjacentes a 1 são 2, 4 e 6. No grafo  $G2$ , 3 e 4 são sucessores de 2; da mesma forma, 1 e 2 são antecessores de 4.

### 3.1.3 Ordem, grau

A ordem de um grafo  $G$  é determinado pelo número de vértices de  $G$ . O grafo  $G1$  possui ordem 6 e  $G2$ , ordem 4. O número de arestas incidentes a um vértice, define sua valência (ou grau), com *loops* contados duas vezes. Denotaremos o grau do vértice  $x$  por (Equação 3.1):

$$K_x = |N(x)| \quad 3.1$$

Em  $G1$ , temos  $N = 6$  (número de vértices) e  $n = 5$  (número de arestas);  $N(2) = \{1,4\}$  e  $K_2 = 2$ . No grafo  $G(P, E)$  com  $x \in P$  de ordem  $N$ , temos  $0 \leq K_x \leq N - 1$ .

Segundo Feofiloff et al. (2011), o grafo  $G$  é considerado regular se todos os seus vértices têm o mesmo grau e ainda,  $G$  é *k-regular* se  $K_x = k$  para todo vértice  $P$ . Quando o conjunto  $E$  (de arestas) é finito, o grau total dos vértices é dado pelo dobro do número de arestas contidas no grafo<sup>3</sup>. Nos grafos orientados, define-se o grau de um vértice pela soma dos graus de saída e de entrada (Equação 3.2).

$$\sum_1^N K_x = 2|E| \quad 3.2$$

No grafo  $G1$ , Figura 7, o vértice 1 tem valência 3, os vértices 2, 4 e 6 possuem uma valência de 2, o vértice 5 têm a valência de 1 e o vértice 3 não tem valência. Já no grafo orientado  $G2$ , o vértice 2 por exemplo, possui valência de 3 e o vértice 3, valência 3 (1 saída e 2 entradas). O grau total em  $G1$  e  $G2$  respectivamente são:

$$\sum_{i=1}^6 K_i = 2 \times 5 = 10 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^4 K_i = 2 \times 6 = 12$$

---

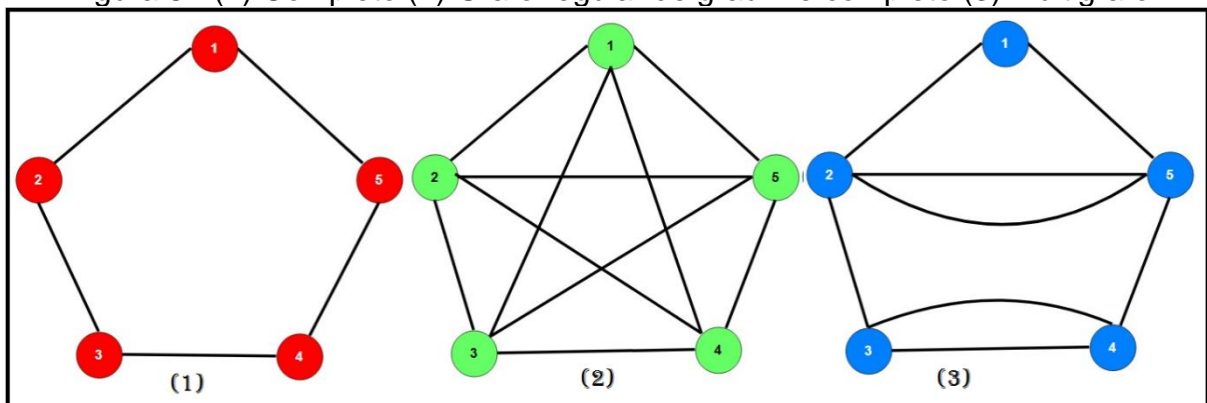
<sup>3</sup>Primeiro teorema de Euler da teoria dos grafos.

### 3.1.4 Grafo regular, completo, multigrafo

Se em um grafo  $G$ , todos os seus vértices têm o mesmo grau, dizemos que  $G$  é regular de grau  $r$ . Quando o grafo  $G$  apresenta uma aresta entre cada par de seus vértices, ou seja,  $E(G) = P(G)$ ; dizemos que o grafo  $G$  é completo e denotamos por  $K_N$ , onde  $N$  é a ordem do grafo. Para um dado  $K_N$  com o número máximo possível  $N(N-1)/2$  arestas, todos os seus vértices têm grau  $(N-1)$  tornando-o assim, regular.

O grafo  $G(P, E)$  que permite múltiplas arestas entre pares de vértices de  $G$ , arestas paralelas, é denominado como multigrafo (Figura 8).

Figura 8 - (1) Completo (2) Grafo regular de grau 4 e completo (3) Multigrafo



Fonte: Autoria própria.

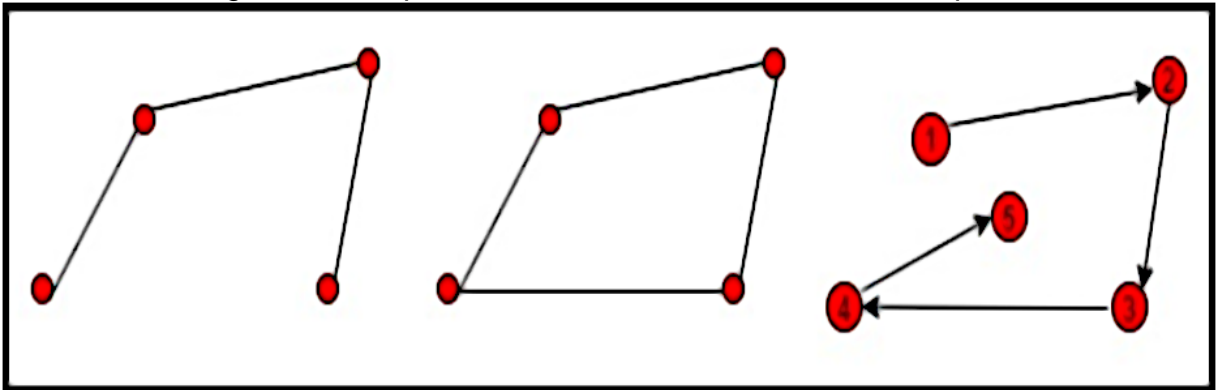
### 3.1.5 Passeio, Caminho, Ciclos e Árvores

Passeio em um grafo  $G(P, E)$ , é dado pela sequência  $P = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_k)$  de vértices distintos, ou não, de  $G$  tal que  $v_{i-1}$  é adjacente a  $v_i$  para  $1 \leq i \leq k$ , sendo  $k \geq 1$  o comprimento do passeio (MELO, 2014). Em um grafo, uma sequência de arestas adjacentes ligando dois vértices quaisquer, sendo que todos os arcos possuem a mesma orientação é chamado de caminho. Esse conceito, só se aplica a grafos orientados. Todo caminho é um passeio, mas de forma geral, existem passeios que não são caminhos. O comprimento de um caminho é dado pelo número de arestas que o compõe e, é considerado simples, se não passar duas vezes pela mesma aresta.

Um caminho com  $k \geq 3$  que vai de um vértice qualquer e volta para ele mesmo, ou seja, o caminho fechado e simples é chamado de ciclo ou circuito e pode ser

denotado simplesmente por  $v_1v_2, \dots, v_nv_2$ . Perceba que um caminho de comprimento  $K$ , tem  $K+1$  vértices e um ciclo de comprimento  $K$  tem  $K$  vértices (FEOFILOFF et al., 2011) conforme apresentado na Figura 9.

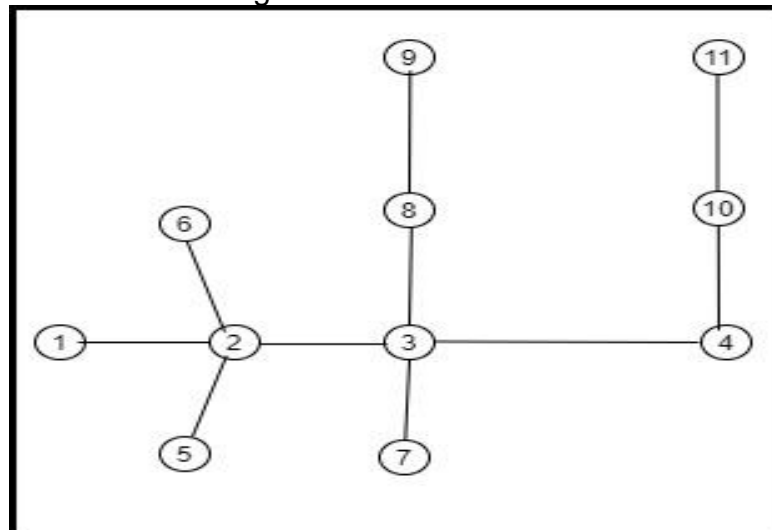
Figura 9 - Um passeio, um circuito e um caminho simples



Fonte: Autoria própria.

Uma árvore é uma estrutura matemática que pode ser vista como um gráfico ou como uma estrutura de dados; seus primeiros estudos datam de 1857, figura 10.

Figura 10 - Uma Árvore.



Fonte: Autoria própria.

Um grafo  $G(P, E)$  com ordem  $K \geq 2$  conexo sem ciclos, é chamado de árvore desde que apresente as seguintes propriedades:

1.  $G$  é conexo e sem ciclos;
2.  $G$  é sem ciclos e tem  $N-1$  arestas;

3.  $G$  é conexo e tem  $N-1$  arestas;
4.  $G$  é sem ciclos e por adição de uma aresta se cria um ciclo e somente um;
5.  $G$  é conexo, mas deixa de sê-lo se uma aresta é suprimida (todas as arestas são pontes);
6. Todo par de vértices de  $G$  é unido por uma e somente uma cadeia simples.

As árvores encontram aplicações em diversos campos, incluindo ciência da computação, enumeração de hidrocarbonetos saturados, estudo de circuitos elétricos etc. (WEISSTEIN, 2020).

### 3.1.6 Matriz de adjacência

O grafo  $G$  finito sendo direcionado ou não, com  $N$  vértices, é usualmente expresso por sua matriz de adjacência  $M$ ;  $M[x, y]$  é uma matriz  $N$  por  $N$  em que o número de arcos do  $i$ -ésimo ao  $j$ -ésimo vértices é fornecido pelo valor da linha  $i$  e coluna  $j$ . Normalmente uma matriz de adjacência é uma matriz booleana, matriz binária, onde,  $M[x, y]$  vale 1 se existe algum arco de  $x$  a  $y$  e vale 0 em caso contrário. Uma matriz booleana é usada para representar uma relação binária entre um par de conjuntos finitos.

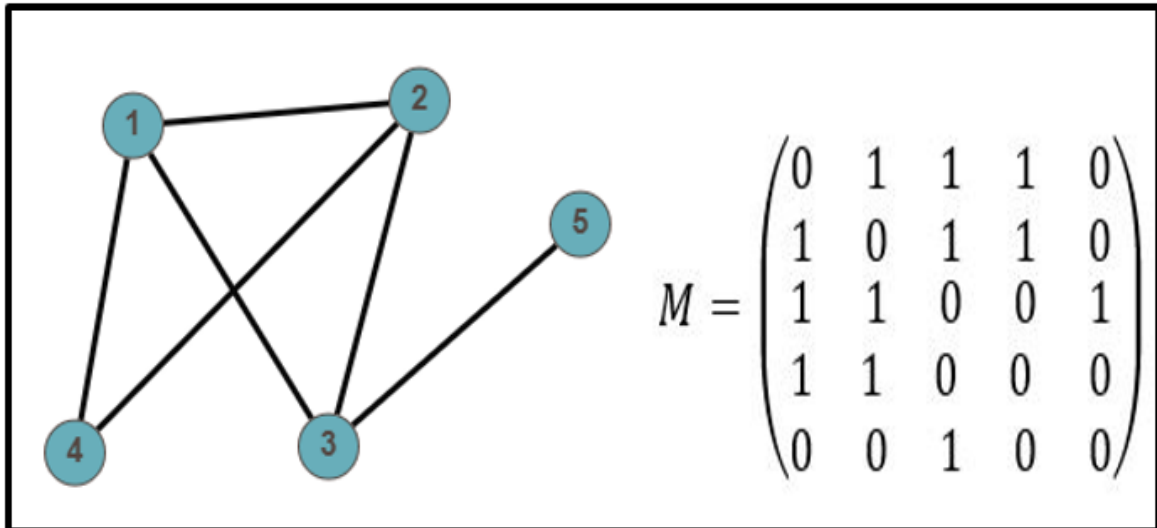
Denotaremos por  $M$  a matriz em que cada elemento  $m_{ij}$  representa o par de vértices  $(i, j)$  do conjunto  $P$ ; se existir relação no par,  $m_{ij} = 1$  e caso contrário  $m_{ij} = 0$ . Matematicamente, a matriz  $M$  será definida como:

$$M = (m_{ij})_n \text{ tal que } m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } (i, j) \in E \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad 3.3$$

Dependendo da aplicação, os vértices e/ou arestas podem ou não possuir direção e/ou pesos associados a eles. Quando as arestas de um grafo tiverem pesos, o elemento  $m_{ij}$  pode assumir esse peso se existir relação no par  $(i, j)$  ao invés de  $m_{ij} = 1$ .

A diagonal principal de uma matriz de adjacência sem laços é formada por zeros, por isso, é simétrica em relação a diagonal principal. Tomemos como exemplo o grafo da figura 11, a matriz de adjacência deste grafo é:

Figura 11 - Matriz de Adjacência



Fonte: Autoria própria.

Para que se possa descrever uma rede, necessita-se do acompanhamento de suas arestas. Matematicamente, uma rede pode ser representada por uma matriz de adjacência (BARABÁSI, 2021)<sup>4</sup>. Segundo Feofiloff (2011), a matriz de adjacências de uma rede direcionada  $G$  é a matriz  $M$  com linhas e colunas indexadas por  $N(G)$  conforme Equação 3.3. Na rede não direcionada, a matriz de adjacência é simétrica, ou seja,  $m_{ij} = m_{ji}$ .

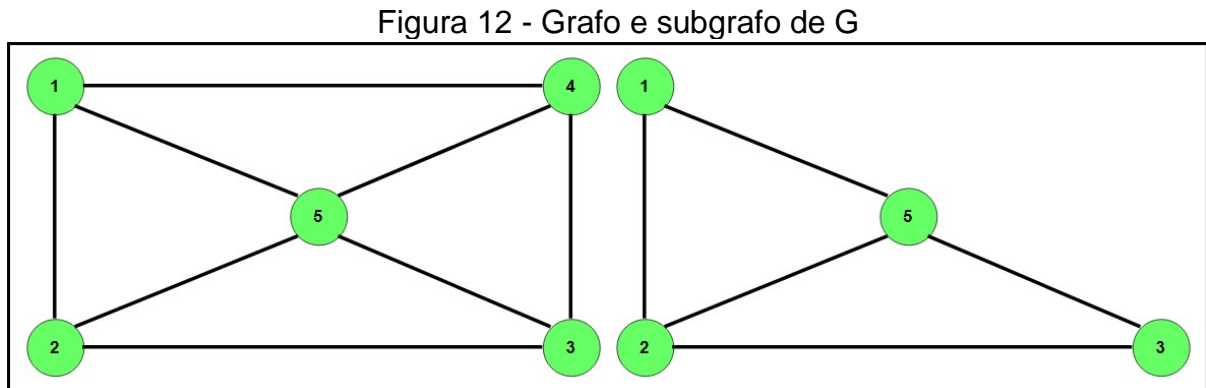
Em muitas redes os elementos  $m_{ij} = 0$  para  $i = j$  da matriz de adjacência, ou seja, os nós não interagem consigo mesmo. Para alguns sistemas, há interação, *self-loops*, no próprio nó (ALBERT, BARABÁSI, 2002).

### 3.1.7 Subgrafos

Qualquer grafo  $H$  é um subgrafo de um grafo  $G$  se  $P(H) \subset P(G)$  e  $E(H) \subset E(G)$  e cuja função  $f$  é uma restrição da função de  $G$ , figura 12. Um subgrafo  $H$  de  $G$  é

<sup>4</sup> <http://networksciencebook.com/> -Cap 2. Teoria do Gráfico- seção2.10

próprio se  $P(H) \neq P(G)$  ou  $E(H) \neq E(G)$  (FEOFILOFF et al., 2011). Um subgrafo  $H$  de  $G$  é um subgrafo gerador de  $G$  se  $P(H) = P(G)$ .



Fonte: Autoria própria.

### 3.2 INTRODUÇÃO A REDES COMPLEXAS

Segundo Albert e Barabási (2002), o modelo inicial de Erdős-Rényi, possibilitou o entendimento sobre redes complexas. Uma vez que começava com  $N$  nós e conectava cada par de nós com probabilidade  $p$ , criando um grafo com aproximadamente  $N(N-1)/2$  arestas distribuídas aleatoriamente. A teoria do grafo aleatório, normalmente, é usada no estudo de redes complexas em função de muitas redes apresentarem uma topologia complexa e princípios de organização desconhecidos. Sistemas reais representados por grafos com propriedades não usuais são denominados de redes complexas; descobrir, compreender e prever tais propriedades tem se tornado um desafio para os pesquisadores.

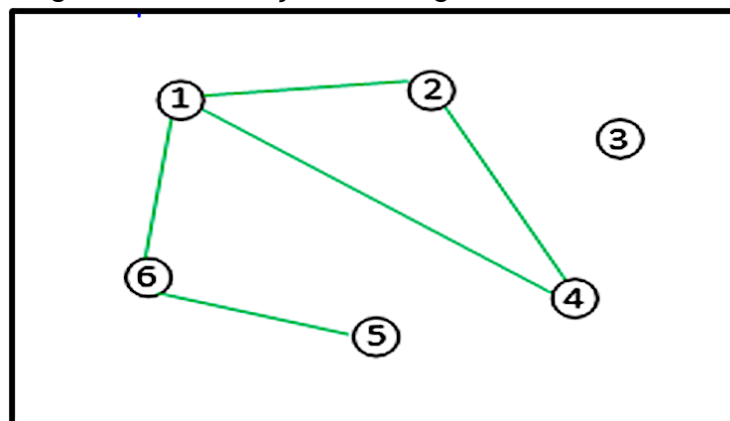
Nas últimas décadas, estudos empíricos em redes distintas têm mostrado cada vez mais características intrínsecas. A função imprescindível na influência dos processos e funcionalidade das redes, verifica-se a partir de sua estrutura topológica. De forma geral, uma abstração de algum tipo de relacionamento entre pares de objetos que seja possível sua representação por meio de códigos, é considerada rede. O princípio das redes complexas, dá-se a partir de uma área multidisciplinar da ciência, visando o estudo e compreensão deste fenômeno (FIGUEIREDO, 2011).

Um sistema complexo do mundo real modelado como um grafo, compõe uma rede complexa. As redes do mundo real diferem de redes aleatórias por possuírem propriedades organizacionais muito robustas, razão da denominação atual de redes complexas. Matematicamente, denotaremos por  $P = \{P_1, P_2, P_3, \dots, P_N\}$  o conjunto

não vazio de nós (ou objetos, vértices ou pontos) da rede e o número de nós, dado por  $N$ . Representaremos a existência de um relacionamento entre dois nós por um par não-ordenado  $(i, j)$ , onde  $(i, j)$  representa a relação de  $i, j \in P$ .

Designaremos de  $E$ , um subconjunto de  $P$ , o conjunto de arestas (ou bordas, elos ou linhas) da rede que conectam dois elementos de  $P$ ; a aresta será o par não-ordenado que representa a existência do relacionamento no caso simétrico e ordenado, se for assimétrico. Assim,  $E = \{(i, j) | i, j \in P, i \text{ está relacionado com } j\}$ , onde,  $n$ , dado pelo número de pares no conjunto  $E$ , indica o número de arestas da rede. Assim, dizemos que uma rede está definida por estes dois conjuntos,  $R = (P, E)$ . Em suma, uma rede nada mais é do que uma representação de um grafo. Na figura 13, temos o conjunto de nós  $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e o conjunto de arestas  $E = \{(1, 2); (1, 4); (1, 6); (2, 4); (5, 6)\}$ .

Figura 13 - Ilustração de um grafo com  $N = 6$  nós.

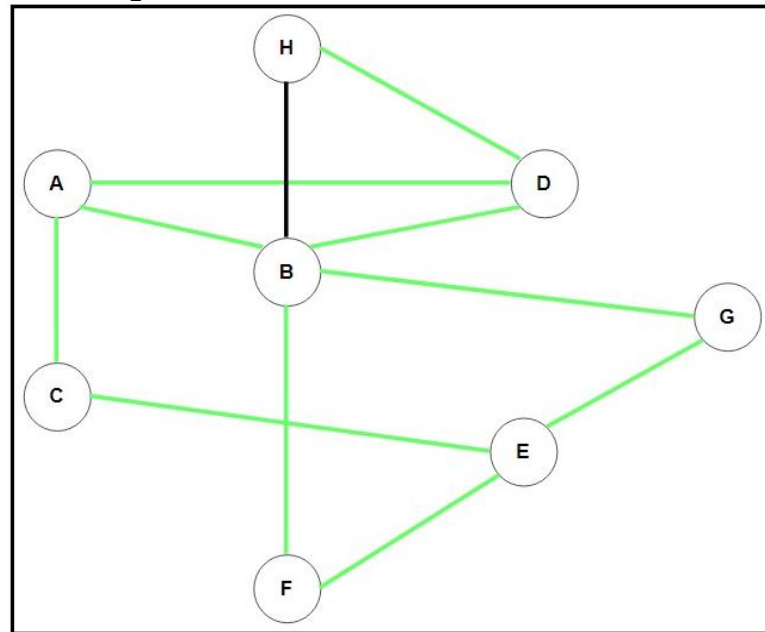


Fonte: Autoria própria.

Tomemos como exemplo uma rede de amizades, onde para um conjunto de pessoas será codificado o relacionamento de amizades. Logo, dois indivíduos só estarão relacionados se forem amigos, caso contrário, eles não estarão relacionados. Na figura 14 a ligação entre os indivíduos denota a existência de um relacionamento de amizade.

A estrutura de uma rede pode ser representada por uma matriz de adjacência, quadrada de ordem  $N$  que codifica todas as arestas da rede. De acordo com as propriedades individuais dos grafos, pode-se definir com precisão as entradas da matriz, que de forma geral, o elemento  $p_{ij}$  guarda informações de como se relacionam os vértices  $p_i$  e  $p_j$ .

Figura 14 - Rede de amizades



Fonte: Autoria própria.

Na rede de amizade representada na figura 14, as letras que indicam os nós (ou vértices) foram mapeadas em números de acordo com sua posição no alfabeto (A=1, B=2, C=3, etc.). A representação da matriz de adjacência dessa rede de amizade é dada por:

$$M_8 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### 3.2.1 Redes ordinais

As redes ordinais são redes complexas mapeadas, que apresentam limitações em relação número máximo de arestas do vértice. O número de arestas é restrito pelo produto (valor máximo) das arestas em relação aos vértices, sendo a dimensão, o parâmetro que define os tamanhos das partições de uma série temporal e o número máximo para a entropia ou variedade dos padrões ordinais de uma série. Nas redes ordinais temos uma extensão da entropia de permutação, que é uma medida de complexidade das séries temporais (PESSA, 2020).

Para a entropia de permutação, em uma rede ordinal, todos os elementos da série temporal devem estar associados a um índice do vetor de ordem, que aponta para a posição de cada elemento. O ordenamento de uma partição, em série temporal, permite a análise das diferenças entre os elementos da série, exceto quando os elementos são iguais. Assim, o mapeamento de partições descontínuas pode ser realizado com o incremento de outro parâmetro de simbolização, que é o *delay*, permitindo avaliações em diversas escalas de tempo (PESSA, 2020). Sendo estes dois parâmetros, dimensão e *delay*, computacionalmente eficientes e resistentes a ruídos para enumerar a distribuição de símbolos ordinais em uma série temporal (MCCULLOUGH, 2017b).

### 3.2.2 Parâmetros de mapeamento da série temporal em redes complexas

Como parâmetros de mapeamento das séries temporais em redes complexas, pode-se aplicar a dimensão ( $m$ ) e *delay* ( $\tau$ ). Tradicionalmente, o espaço de fase é instituído por variáveis provenientes de derivadas parciais. Entretanto, (PACKARD et al., 1981; TAKENS, 1981) demonstraram que poderia ser usado diretamente, valores defasados da série temporal de um conjunto de infinitos pontos nessa reconstrução. Em outras palavras, podemos construir uma série temporal  $Y_k$  de  $m$ -pontos dimensionais da série temporal unidimensional original  $\{X_k\}_{k=1}^K$  da seguinte maneira:  $Y_k = (X_k, X_{k+\tau}, X_{k+2\tau}, \dots, X_{k+(m-1)\tau})$ , onde  $m$  e  $\tau$  são inteiros usados para indexar os dados amostrados. *Takens* estabeleceu assim o método de incorporação retardada ou teorema de *Takens*, provando que o espaço de fase reconstruído é topologicamente compatível com o espaço de fase inicial.

Para identificar e analisar a dinâmica de um sistema não linear de séries temporais e reconstruir o espaço de fase, primeiramente deve-se encontrar a dimensão de imersão (CHIKUSHI, 2014). A reconstrução do espaço de fase, a partir de uma dimensão  $R^n$ , se dá por meio dos métodos dos falsos vizinhos (FNN) e das coordenadas defasadas (MCD). Como exemplo para reconstrução de um espaço de fase, temos o sistema lorenziano. A incorporação do *Delay* (atraso de tempo) controla até que ponto a representação dos sinais pode ser desdobrada na dimensão de imersão (MCCULLOUGH et al., 2017a).

Em trabalho anterior, McCullough et al., (2015), usou os parâmetros  $m$  e  $\tau$  para construir redes direcionadas com janelas sobrepostas e notaram que, de acordo com a escolha dos parâmetros, séries caóticas do campo vetorial do sistema Rössler eram transformadas em grafos com aparência tubular e séries periódicas, em redes de estrutura circular.

O cálculo da função de informação mútua média (AMI) e a função do vizinho mais próximo falso (FNN) são parâmetros eficazes para determinação do *delay* e dimensão em séries temporais unidimensionais (WALLOT, MØNSTER, 2018). Entretanto, em séries multivariadas, com diferentes variáveis do mesmo sistema ou as mesmas variáveis de diferentes partes do sistema, o tempo multidimensional é a base para análise e reconstrução do espaço de fase para combinar as informações de cada sinal da série e estimar adequadamente os valores para dimensão e *delay*.

Conforme teorema de *Takens*, para reconstruir um espaço de fase o atraso de tempo ( $\tau$ ) é acrescentado a série temporal com o intuito de fornecer determinado conjunto de vetores que possam expressar a aproximação do espaço de fase original (CHIKUSHI, 2014). Segundo Small (2005), este parâmetro teoricamente, poderia ser substituído por qualquer valor.

Em trabalhos recentes (SANTOS et al., 2022) foram aplicados *delay* com valor de 1 a 4 e dimensão de 1 a 16, demonstrando metodologias onde diferenças sutis podem ser detectadas em pequenas dimensões com incorporação menor que 7. Já Wallot e Mønster (2018) usando as três dimensões do sistema Lorenz, e o parâmetro de atraso igual a 15, com valores padrão para o número de *embeddings* considerados de 1 a 10, avaliaram que se a dimensionalidade for apropriada, não é necessária nenhuma incorporação posterior retardada. Verificaram ainda que a dispersão dos

atrasos tende a diminuir à medida que a dimensionalidade do conjunto de dados aumenta.

### 3.3 JUSTIFICATIVA

Desde a publicação de estudos sobre análise ordinal (BANDT, POMPE, 2002), algumas pesquisas (ZANIN et al., 2012; AMIGÓ, 2015) têm reconhecido a importância e ampliado esforços para aplicar estas análises na interpretação de sinais biológicos, incluindo os obtidos a partir de eletrocardiogramas (ECGs) (MAKOWIEC et al., 2015; ZUNINO, OLIVARES, ROSSO, 2015; KULP et al., 2016) e Eletroencefalogramas (EEGs) (KELLER et al., 2014; ZUNINO et al., 2015). Amigó, Keller e Unakafova (2015), afirmam que a análise simbólica ordinal é promissora e evidencia que muitos métodos ainda não estão consolidados, gerando um ambiente fértil e animador para que muitas pesquisas desenvolvam modelos estatísticos e métodos que visem mostrar a significância e confiabilidade dos resultados obtidos pela análise ordinal. Além disso, há necessidade de estudos sistemáticos comparando diferentes complexidades e medidas de acoplamento, tanto no nível ordinal quanto métrico.

A grande maioria das pesquisas existentes gira em torno de quantificar algum aspecto da distribuição estacionária de padrões ordinais e, embora seja verdade que cada padrão ordinal contém informações sobre a estrutura temporal de curto alcance de observações adjacentes (AMIGÓ, KELLER, UNAKAFOVA, 2015), questões relativas à sequência de padrões codificados na dinâmica simbólica ordinal, quando comparados ao comportamento característico do sistema subjacente permanece amplamente inexplorado.

A análise simbólica ordinal, ou seja, a análise de representações ordinais, tem algumas vantagens práticas. Em primeiro lugar, é em geral reconhecida como sendo conceitualmente simples e rápida, considerando o âmbito computacional. Além disso, os padrões ordinais, sendo definidos pelas desigualdades, são relativamente robustos contra o ruído observacional. Mencionemos a este respeito que os padrões ordinais de sinais determinísticos são mais robustos do que os de sinais aleatórios devido a um mecanismo chamado robustez dinâmica (AMIGÓ, 2010). Outra vantagem prática é que o cálculo de padrões ordinais não requer o conhecimento da gama de dados, o que é muito útil na análise de dados do mundo real. Para aspectos práticos e

computacionais de padrões ordinais, consulte (RIEDL, MULLER, WESSEL, 2013; UNAKAFOVA, KELLER, 2013).

Atualmente a representação simbólica ordinal têm uma série de aplicações interessantes em ciência e engenharia. Dessa diversidade, vamos considerar no presente trabalho apenas aplicações para estudos biomédicos. Tendo em vista o impacto científico e social da pesquisa biomédica, e a necessidade constante de ferramentas diagnósticas cada vez melhores. A análise simbólica ordinal, tem permanecido um método popular em biologia e medicina, especialmente quando se trata de distinguir condições de saúde normais e anormais, em tempo real (AMIGÓ, KELLER, UNAKAFOVA, 2015).

Na literatura não há estudos que avaliem o poder de diferenciação das características individuais ou em pares dos parâmetros  $m$  e  $\tau$ , com uso de métodos estatísticos como ferramenta de comparação das medidas de entropias (*Shannon*, permutação condicional e global) e medidas de quantificação de uma rede (quantidade de arestas, grau médio dos vértices, densidade da rede e coeficiente de clusterização) extraídas do mapeamento de séries temporais de intervalos RR e convertida em redes complexas. As comparações dos resultados alcançados com descobertas anteriores são arrevesadas pelo desprovimento de estudos, mas não impede a discussão deles.

ECGs registram a frequência cardíaca, que caracteristicamente é variável, e pode ser analisada estatisticamente a partir de dados dos intervalos de duas ondas R. A utilização de métodos de análise estatísticos não lineares é promissora à discriminação de diferentes perfis cardíacos. A aplicação de modelos matemáticos adequados poderia permitir identificar alterações significativas na variabilidade cardíaca identificando a ocorrência ou agravamento de um quadro cardiopata. Medidas de quantificação de uma rede, são parâmetros adequados para ajustar as redes complexas a estes modelos matemáticos. Entretanto, a validação e o uso adequado destes parâmetros são dependentes de uma série de experimentos e testes realizados em condições controladas e replicáveis para diversos perfis cardíacos (MCCULLOUGH et al., 2017a; LINDEN, 2009; FAGIOLO, 2007).

## 4 MATERIAL E MÉTODOS

Este capítulo aborda o método adotado para obtenção dos intervalos RR para análise da variabilidade da frequência cardíaca. Comenta sobre o delineamento do estudo, amostra utilizada, algoritmo desenvolvido para conversão da série temporal em rede complexa, método de mapeamento para redes ordinais, e algumas medidas de entropias usadas para avaliar o impacto dos parâmetros associados. Apresenta também os *softwares* utilizados para processamento dos dados e testes adotados para análises dos resultados.

### 4.1 DELINEAMENTO DO ESTUDO

Trata-se de um estudo computacional que envolve análise de séries temporais de intervalos RR de jovens adultos saudáveis e cardiopatas. Para mapeamento das séries temporais e quantificação das redes complexas, foi utilizado um algoritmo implementado em Python e para análises estatísticas o software SPSS versão 20.0. Esse estudo trata da análise de dados do banco de dados do NUTECC (Núcleo Transdisciplinar de Estudos de Complexidade e Caos) da Faculdade de Medicina de São José do Rio Preto (Famerp).

### 4.2 TAMANHO DA AMOSTRA PARA O ESTUDO

A amostra é composta por um banco de dados de 40 séries temporais. Os registros disponíveis para análise apresentavam períodos de aproximadamente 15 minutos, com pacientes em posição de repouso sem estímulos visuais ou sonoros. Foi utilizado um monitor Polar (S810i ou RS800), para medir a variabilidade da frequência cardíaca. Este dispositivo captura intervalos RR a uma taxa de amostragem de 1000 Hz, por meio de eletrodos presos ao tórax. Foram usados sinais biológicos de banco de dados privados (NUTECC/Famerp), cuja coleta foi devidamente autorizada pelo comitê de ética em pesquisa, CAAE: 44820515.5.0000.5415(GODOY, GREGÓRIO, 2019).

Foram utilizadas séries submetidas ao T-RR *Filter*, filtradas pelo método adaptativo, com base nos valores da média e do desvio padrão, tendo em vista as modificações sofridas e desta forma evitar efeitos de ruídos (DOS SANTOS et al., 2013; DOS SANTOS et al., 2015). As séries foram divididas em dois grupos: adultos

jovens saudáveis (código no NUTECC/Famerp: VOL) com média de idade de  $20,7 \pm 1,6$  anos, praticantes de atividade física regular e em boas condições de saúde e outro grupo, adultos em avaliação pré-operatória para cirurgia de revascularização cirúrgica do miocárdio por coronariopatia obstrutiva grave (código no NUTECC/Famerp: PC), com média de idade de  $58,4 \pm 10,2$  anos (GODOY, TAKAKURA, CORREA, 2005).

Para processamento dos dados, utilizou-se o Laboratório de Computação do Centro Universitário Santo Agostinho (UNIFSA-PI) com 10 computadores, além de dois dispositivos próprios em residência, com um tempo médio total de análise de 168 horas, por ficarem rodando o algoritmo por 24 horas, durante sete dias.

Na primeira parte do trabalho, foram usadas apenas 10 séries de adultos jovens saudáveis, com média de 2216 intervalos RR, em milésimos de segundos (ms), para testar o impacto dos parâmetros de dimensão e *delay* nas medidas de entropias. Na segunda parte, o total da amostra foi de 40 séries temporais de intervalos RR, dividida em dois grupos, sendo 20 séries de adultos jovens saudáveis e 20 séries de adultos coronariopatas, foram comparados com aplicação dos testes que além das medidas de entropias incluíram as medidas de quantificação da rede.

#### 4.3 ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS POR REDES COMPLEXAS USANDO DINÂMICA SIMBÓLICA.

O método de análise de série temporal, busca aprender a relação existente da dinâmica por trás de alguns dados ordenados pelo tempo observado e registrado em períodos regulares (LATORRE, CARDOSO, 2001). Este método busca quantificar, classificar ou construir modelos mapeando um sinal medido para um conjunto de símbolos baseados em padrões de ordem a partir da magnitude relativa dos valores observados em segmentos de dados de curto comprimento fixo (MCCULLOUGH et al., 2017a).

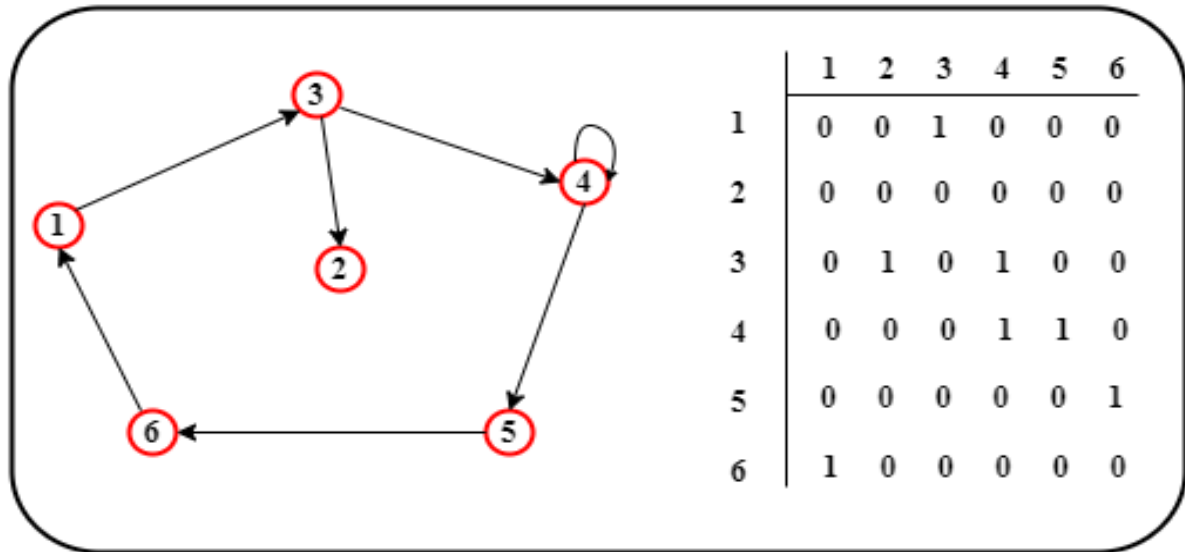
As técnicas de simbolização ou análise simbólica de séries temporais, envolve a transformação de sinais experimentais em uma série de símbolos discretizados (DAW, FINNEY, TRACY, 2003) que serão processados a fim de se extrair informações do processo de geração. Por meio da simbolização obtém-se informações dinâmicas que simplificam a análise do sinal gerado (YAO; WANG, 2017) e boas estatísticas para a tomada de decisão.

Na avaliação de uma determinada série temporal, se faz necessário modelar o fenômeno estudado, para a análise de seu comportamento e demais fatores que possa, ou não interferir no seu andamento (LATORRE, CARDOSO, 2001). Nesse sentido, a literatura apresenta diversas de técnicas que dependem do modelo definido (ou estimado para a série), da série analisada e do intuito principal do trabalho (LATORRE; CARDOSO, 2001; McCULLOUGH et al., 2017a).

Bandt e Pompe (2002) foram os pioneiros na análise ordinal e na investigação de sinais medidos a partir de dados biológicos. A investigação de dados com base na distribuição de padrões ordinais tem contribuído de maneira significativa como uma nova abordagem promissora para análise de séries temporais (KELLER, UNAKAFOV, UNAKAFOVA, 2014). Recentemente, tem havido muito interesse em transformar uma série temporal em uma rede complexa, com o objetivo de analisar a topologia da rede resultante, a fim de aprender algo novo sobre a dinâmica gerando tempo e série (CHRISTOPHER et al., 2016). Vários estudos têm empregado a avaliação de séries temporais de eletrocardiogramas (ECGs) e eletroencefalogramas (EEG) para a classificação e identificação das condições do SNA em recém-nascidos, dentre outros (KELLER, UNAKAFOV; UNAKAFOVA, 2014; CHRISTOPHER et al., 2016; MCCULLOUGH et al., 2017 A; SANTOS et al., 2021).

O método utilizado neste trabalho baseia-se no modelo apresentado por (MCCULLOUGH et al., 2017a), que transforma um conjunto de observações da variável  $X$  geradas sequencialmente no tempo, série temporal equidistante  $\{X_k\}_{k=1}^K$ , em uma rede ordinal particionando os dados da série com padrões ordinais de comprimento  $m \geq 2$ , intervalo de tempo  $t \in N_0 = \{1, 2, 3, \dots\}$  onde, para cada  $k \in N_0$  atribui-se padrões ordinais dos vetores de intervalo de tempo. Um padrão *M-ordinal* é uma permutação relacionando a ordem de classificação de entradas sucessivas na série temporal aleatória ou determinística (AMIGÓ, KELLER, UNAKAFOVA, 2015) determinando assim, os vetores de integração  $\{Z_k\}_{k=1}^{K-(m-1)t+1}$  onde  $Z_k = (X_k, X_{k+t}, X_{k+2t}, \dots, X_{k+(m-1)t})$ . Para  $K=12$ , a rede da série, na figura 15, teria  $3! = 6$  nós e  $K - t \times (m - 1) = 8$  vetores de integração a saber,  $Z_{12} = \{(2,1,3); (2,3,1); (2,3,1); (3,1,2); (3,2,1); (1,2,3); (2,1,3); (2,3,1)\}$ ; com o conjunto de símbolos  $S = \{3, 4, 4, 5, 6, 1, 3, 2\}$ .

Figura 15 - Modelo de rede a partir da dinâmica simbólica e a matriz de adjacência correspondente



Fonte: Autoria própria.

Após a criação da matriz de adjacência, foram calculados o vetor de probabilidade, que determina a probabilidade de ocorrer cada vetor de integração; a matriz estocástica, distribuição estacionária, medidas de entropias e as medidas de quantificação. Os dados gerados foram processados no SPSS versão 20.0 aplicando-se ANOVA de medidas repetidas para analisar o impacto dos parâmetros  $m$  e  $\tau$  nas medidas de entropias. Em seguida foram aplicados teste paramétricos para as distribuições gaussianas e testes não paramétricos nas distribuições não gaussianas.

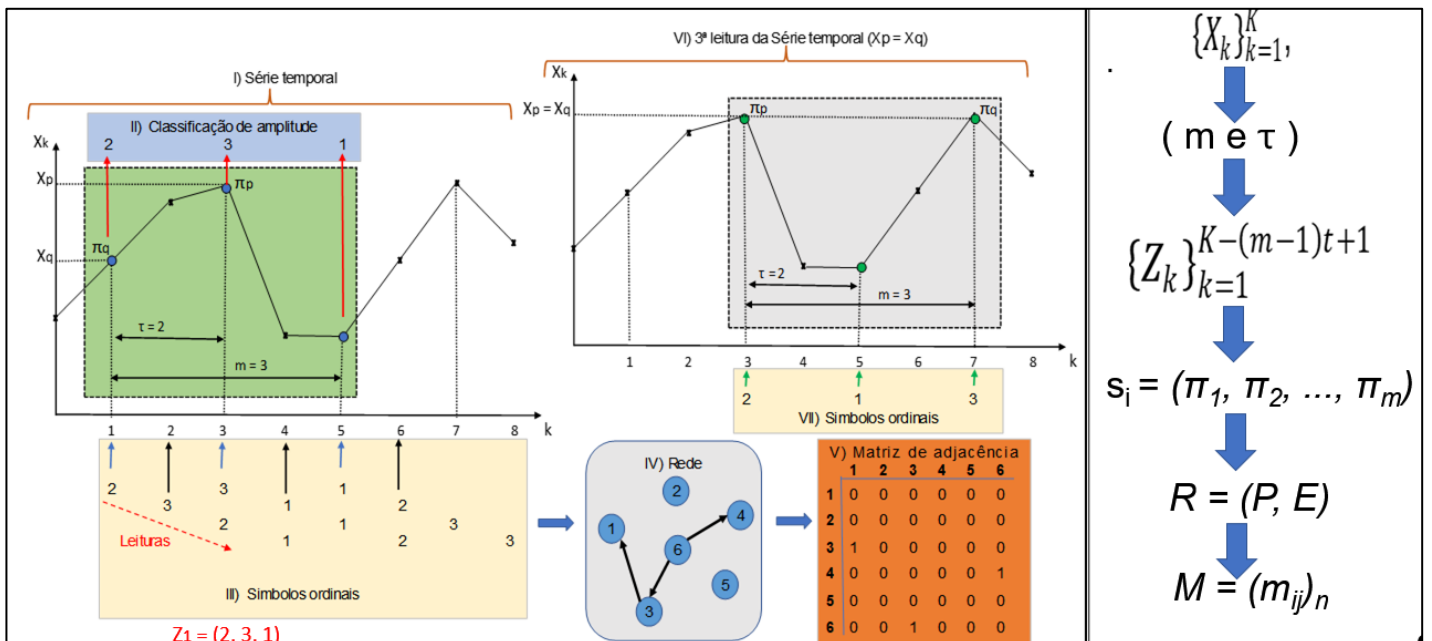
#### 4.4 MAPEAMENTO DAS SÉRIES TEMPORAIS

O método de mapeamento para redes ordinais é um dos mais recentes surgimentos no campo de pesquisa de redes complexas de séries temporais e têm fomentado grande interesse com muitas aplicações de séries temporais de naturezas diversas. Nesta tese, avaliamos o poder discriminativo de características individuais dos parâmetros  $m$  e  $\tau$ , bem como de pares de características.

O mapeamento dos vetores para símbolos ou nós da rede  $s_i = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m)$  onde  $\pi_p \in \{1, 2, \dots, m\}$ , com  $m!$  possibilidades de nós que formarão a rede. Foi convencionado o conjunto de todos os símbolos ordinais da série temporal por  $S = \{s_k\}_{k=1}^{K-(m-1)t+1}$ . Temos,  $\pi_p \neq \pi_q \leftrightarrow p \neq q$  tal que  $\pi_p < \pi_q \leftrightarrow X_p > X_q, \forall X_p, X_q \in Z_k$ ; quando  $X_p = X_q$ , a classificação é atribuída conforme aparecimento no vetor, ou seja,  $\pi_p < \pi_q \leftrightarrow p < q$  (Figura 16). Cada vetor ou símbolo é atribuído a partir de uma

combinação entre os elementos dos vetores. Suponha  $m = 3$  e  $t = 2$ ; começando em  $x_1$ , o vetor incorporado é  $Z_1 = (x_1, x_3, x_5)$  e o símbolo associado à ordem de classificação é  $s_1 = \{2, 3, 1\}$ . Conseqüentemente,  $s_2 = \{3, 1, 2\}$  e assim sucessivamente. No caso de  $x_3 = x_7$  temos  $\pi_3 < \pi_7$  onde,  $s_3 = \{2, 1, 3\}$ , como destacado no retângulo entre o gráfico e a matriz de adjacência na Figura 16.

Figura 16 - Mapeamento de uma série temporal univariada em uma rede ordinal, com padrões de dimensão ( $m$ ) e delay ( $\tau$ )



Fonte: Autoria própria.

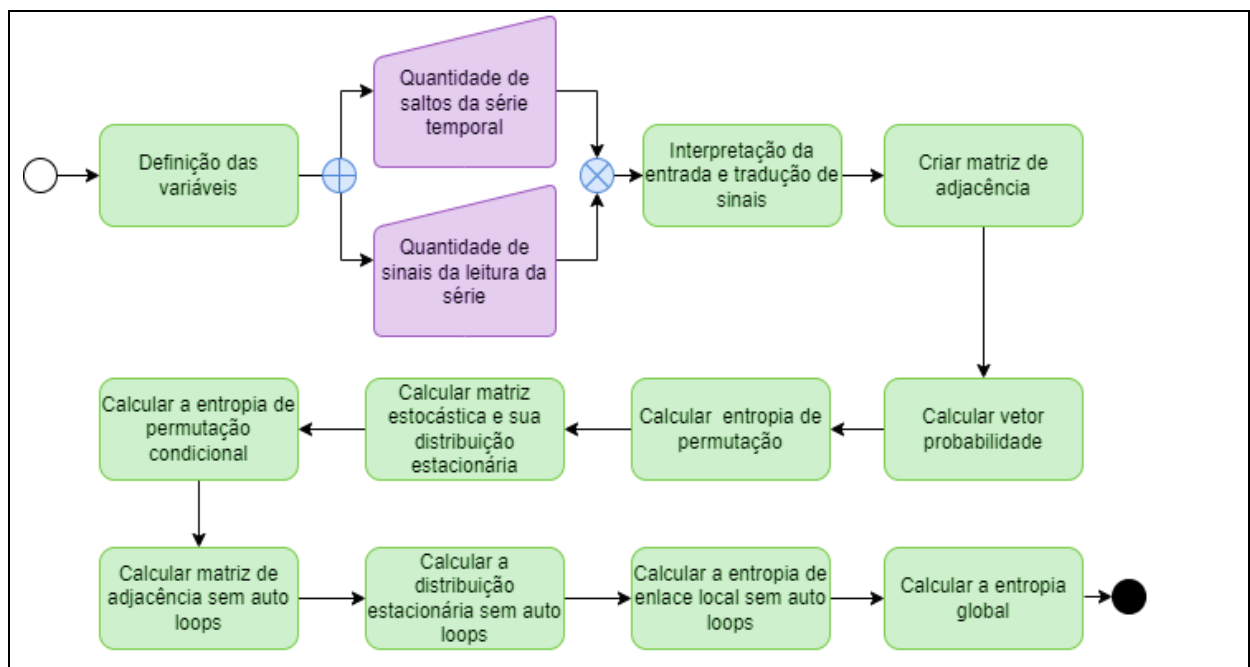
Nota: I) auferir o primeiro vetor de incorporação para  $m$  e  $\tau$ , II) sistematize seu padrão ordinal classificando as amplitudes dos elementos na janela, III) repita o processo para todos os vetores de incorporação da série temporal e encontre todos os padrões ordinais, IV) represente a rede com um vértice para cada padrão ordinal e arestas atribuídas entre vértices, V) obtenha a matriz de adjacência com os padrões ordinais encontrados, VI) Série temporal para leitura onde  $X_p = X_q$ , VII) símbolo ordinal quando  $X_p = X_q$  (3ª leitura). Adaptado de McCullough et al. (2017 B) e Santos et al. (2022).

Construiu-se a rede  $R = (P, E)$  definindo um nó para cada padrão ordinal único, e arestas atribuídas entre nós com base na sucessão temporal de padrões ordinais da série temporal. Em seguida, definiu-se a matriz de adjacência  $M = (m_{ij})_n$  tal como definido na equação 3.3 (AMIGÓ, KELLER, UNAKAFOVA, 2015; McCULLOUGH et al., 2017b).

#### 4.5 FLUXOGRAMA PARA O CÁLCULO DO IMPACTO DOS PARÂMETROS NAS ENTROPIAS

Para representar o algoritmo e composição da pseudolinguagem, fez-se uma redução do escopo da linguagem natural com uso de palavras-chave e numeração em nível e subnível. O processo de cálculo foi descrito por etapas levando em consideração que irá funcionar como um código intermediário entre a linguagem natural e a de execução. O algoritmo desta primeira etapa está representado no fluxograma da figura 17.

Figura 17– Fundamentos do algoritmo aplicado a redes complexas



Fonte: Autoria própria.

#### 4.6 CÁLCULO DAS ENTROPIAS

O vetor de probabilidade obtido na seção anterior foi aplicado como referência ao cálculo da entropia de *Shannon* e ao cálculo da entropia de permutação condicional, sendo nesta última associado a matriz estocástica. A entropia global foi obtida com os dados da distribuição estacionária da matriz de adjacência sem auto *loops* e a entropia de enlace de saída do nó local para o nó “i” (entropia local de node).

#### 4.6.1 Entropia de permutação ou entropia de *Shannon*

Segundo Santos et al. (2022), medidas de entropia em redes complexas funcionam bem como quantificadores de complexidades para sistemas dinâmicos assimétricos e multi escalares. Seja a série temporal equidistante  $\{X_k\}_{k=1}^K$  onde o vetor de probabilidade  $\{P_1, P_2, P_3, \dots, P_N\}$  sendo  $N = m!$ , é definido por  $P_i = 1/n$  com  $n$  igual ao número de vetores encontrados na dinâmica simbólica. A entropia quantifica a quantidade de incerteza envolvida no valor de uma variável aleatória ou na saída de um processo aleatório. A entropia de permutação é a entropia de *Shannon* da distribuição de probabilidade resultante (BANDT, POMPE, 2002; AMIGÓ; KELLER; UNAKAFOVA, 2015). Seja a variável aleatória  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  em que  $P_i = 1/n$  é a probabilidade associada a  $x_i$ :

$$h^{PE} = - \sum_{i=1}^N P_i \times \log P_i \quad 4.1$$

Pelo modelo acima usado no estudo de McCullough et al. (2017a), as medidas de entropia têm unidades de bits, ou seja, os logaritmos são calculados na base 2. Quanto mais incerto é o sistema, mais alto é o resultado da entropia. Ainda segundo Amigó, Keller e Unakafova, (2015), a entropia de permutação parece ser um melhor estimador para a entropia de *Kolmogorov-Sinai*, pelo menos do ponto de vista conceitual, considerando comprimento  $L$  suficientemente grande e mapas de intervalo uniforme por partes.

Uma matriz estocástica  $P_N$ , matriz de *Markov* também conhecida como matriz de transição de probabilidade, é usada para descrever as transições da cadeia de *Markov*. De acordo com McCullough et al. (2017), as transições do vértice  $i$  para o vértice  $j$  são definidas pela função de massa de probabilidade, constituída por  $P = [P_{ij}]_{N \times N}$  que satisfaz  $P_{ij} \geq 0, \forall ij = 1, 2, \dots, N$  tal que  $\sum_{j=1}^N P_{ij} = 1, \forall i$ .

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \cdots & P_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N1} & P_{N2} \cdots & P_{NN} \end{bmatrix}$$

Onde,  $P_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_j a_{ij}}$  com  $a_{ij}$  sendo os elementos da matriz de adjacência  $A$  da rede ordinal.

McCullough et al. (2017b), estabelece que a conexão entre a entropia de permutação e redes ordinais por meio da função de massa de probabilidade que é a distribuição estacionária da cadeia de *Markov* de  $S$ . Dada a matriz de adjacência  $M$ , uma estimativa da distribuição estacionária de  $M$  é calculada pela probabilidade de se estar em um vértice  $i$ , como sendo,

$$p_i \approx \frac{\sum_j m_{ij}}{\sum_k \sum_j m_{kj}} \quad 4.2$$

Onde a soma das linhas, ou seja, dos pesos das arestas que partem do vértice  $i$  é dividida pela soma dos pesos das arestas de toda a rede. Na equação 4.2, as frequências são contadas baseadas na transição de um símbolo para o seguinte, deixando de contar o último símbolo da sequência  $S_{n-m+1}$ ; o que não o torna equivalente, a contar as frequências de símbolos ordinais em  $S$ .

#### 4.6.2 Entropia de permutação condicional

A entropia condicional de padrões ordinais foi introduzida por Unakafov e Keller (2014), para quantificar a complexidade de transição da dinâmica simbólica ordinal por meio do cálculo da entropia para padrões sucessivos.

Neste trabalho, usaremos o modelo da entropia de permutação condicional apresentado no artigo de (MCCULLOUGH et al., 2017a). A entropia de permutação condicional mostrou-se mais eficiente de forma numérica e analítica, na conversão para entropia de *Kolmogorov-Sinai* que à entropia de permutação (UNAKAFOV, KELLER, 2014).

$$h^{CPE} = \sum_i \left( -p_i \sum_j p_{ij} \log p_{ij} \right) \quad 4.3$$

Onde,  $p_i$  é o vetor de probabilidade usado na equação 4.1 e  $p_{ij}$  é a probabilidade de uma transição de  $S_i$  para  $S_j$  ou seja, são os elementos da matriz estocástica  $P$ .

Keller, Unakafov e Unakafova (2014), aplicou a entropia de permutação condicional associado ao EEG em indivíduos para classificá-los como saudáveis ou epiléticos, avaliando os estados durante uma crise de convulsão e/ou durante seu estado normal.

#### 4.6.3 Entropia de enlace local sem *self-loops*

A partir da matriz estocástica  $P$  de uma rede ordinal, podemos determinar a matriz  $P^T$  sem *self-loops*.

$$P^T = \begin{cases} 0 & se, i = j \\ \frac{m_{ij}}{\sum_{j, j \neq i} m_{ij}} & se, i \neq j \end{cases} \quad 4.4$$

Tomando como base a entropia de permutação de *Shannon* da equação 4.1, utilizamos os elementos da matriz  $P^T$  para determinar a entropia de enlace de saída do nó local para o nó  $i$  ou, entropia local de node; definida pela equação (MCCULLOUGH et al., 2017a).

$$h_i^{LNE} = - \sum_j P_{ij}^T \times \log P_{ij}^T \quad 4.5$$

Por definição, como na dinâmica simbólica  $S$ , nem sempre o nó final apresenta arestas de saída na rede ordinal, denota-se que  $h_i^{LNE} = 0$ . Todos os outros nós terão grau de saída diferente de zero, garantidos pelo procedimento de mapeamento de rede ordinal (MCCULLOUGH et al., 2017a).

#### 4.6.4 Entropia global

O valor esperado da complexidade transicional de  $S$  ou simplesmente entropia global é obtida pelo cálculo da média da rede com base na distribuição estacionária estimada pela equação 4.2 (MCCULLOUGH et al., 2017a).

$$h^{GNE} = \sum_i (p_i \times h_i^{LNE}) \quad 4.6$$

Séries temporais periódicas ou dinâmica simbólica  $S$  que é estritamente periódica, não apresenta incerteza no sistema; logo, o limite inferior da  $h^{GNE} = 0$ . Assim como no trabalho de McCullough et al. (2017a), aqui também preservamos a quantidade absoluta de informação gerada por cada nó antes de determinar o valor esperado pela  $h^{GNE}$ , não normalizando a  $h_i^{LNE}$  com base no grau do nó.

Os passos seguintes serão adotados para transformar as séries temporais de intervalos RR em redes complexas. A representação de uma rede complexa pode ser gerada a partir de uma série temporal de intervalos  $RR$ . Para esta transformação vamos considerar dois parâmetros fundamentais: dimensão de imersão e *delay*.

### 4.7 CÁLCULO DE QUANTIFICAÇÃO DA REDE

Neste capítulo é apresentado as medidas de quantificação da rede complexa ordinária. Na seção 4.7.1 é apresentada a definição da quantidade de arestas, grau do vértice e como são calculados, a seção 4.7.2 apresenta o grau médio da rede, a seção 4.7.3 aborda a densidade da rede, a seção 4.7.4 é apresentado o coeficiente de clusterização local e global da rede.

#### 4.7.1 Quantidade de aresta e grau do vértice

O número de associações que existem com um nó, determina o seu grau; ou seja, o grau de um nó é definido pela quantidade de arestas que incidem sobre determinado nó da rede não direcionada. Na Figura 14 (Rede de amigos), foi possível observar que o vértice  $B$  possui grau 5, o que significa que existem 5

relacionamentos de amizades com este vértice. Na matriz  $M_8$  do exemplo anterior, o elemento  $m_{21}$ , corresponde ao vértice  $B$  da Figura 14 e somando-se todos os elementos da linha 2, obtemos o grau cinco do vértice  $B$ . Logo, outra maneira de se obter o grau de um vértice é pela soma dos elementos da linha  $i$  correspondente na matriz de adjacência.

$$\text{Grau do Vértice } i = \sum_{j=1}^N m_{ij} = m_{i1} + m_{i2} + \dots + m_{iN} \quad 4.7$$

Representaremos aqui por  $k_i$  o grau do nó  $i \in P$  sendo  $0 \leq k_i \leq N - 1$ . Podemos observar que na rede não direcionada cada aresta possui duas pontas e ao somar o grau de todos os vértices, os contabilizamos duas vezes. A Figura 14 possui 11 arestas e a soma de todos os seus graus totalizam 22 ou seja, o dobro de 11. Logo, a soma do grau de todos os vértices é duas vezes o número de arestas da rede.

$$\sum_{i=1}^N k_i = 2n \text{ com } i \in P \quad 4.8$$

O número total de arestas,  $n$ , em uma rede não direcionada pode ser expresso como a soma dos graus de nó.

$$n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i \quad 4.9$$

Na equação 4.9, o fator  $\frac{1}{2}$  serve como correção da equação 4.8. Por exemplo, na Figura 14, a aresta que liga os nós A e B será contado uma vez no grau de nó A e uma vez no grau de nó B. A partir daqui, uma especial atenção será dada as redes direcionadas (dígrafos) tendo em vista que a maioria das redes do mundo real são direcionadas. Vale lembrar que a maioria das métricas aplicadas a redes não direcionadas, também se aplica a redes direcionadas.

Nos grafos orientados, define-se o grau de um vértice  $v_i$  pela soma dos graus de saída  $K_{\text{out}}(v_i)$  e de entrada  $K_{\text{in}}(v_i)$  no vértice. O grau de saída é o número de arestas

que partem do vértice  $v_i$ ; o grau de entrada é o número de arestas que chegam ao vértice  $v_i$ .

Na matriz de adjacência sem auto *loops*, o grau de saída do vértice  $v_i$ , é calculado conforme equação 4.7, ou seja, pela soma dos elementos da linha  $i$ . No entanto, o grau de entrada é calculado pela soma dos elementos da coluna  $i$  correspondente; já o grau total de um vértice é a soma de seu grau de entrada e saída. Vale lembrar que as equações 4.8 e 4.9 se aplicam tanto para grafos não direcionados como direcionados.

#### 4.7.2 Grau médio

A média aritmética do grau de todos os vértices nos dá o grau médio da rede, seja ela direcionada ou não direcionada. Logo,

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^N k_i}{N} \quad 4.10$$

De (4.8) e (4.10), temos:

$$\bar{k} = \frac{2n}{N} \text{ com } n, \text{ número de arestas e } N, \text{ número de vértices} \quad 4.11$$

O grau médio está definido no intervalo  $\delta \leq \bar{k} \leq \Delta$  onde,  $\delta$  denota o grau de um vértice com o menor grau dentre os vértices de um grafo;  $\Delta$  denota o grau de um vértice com o maior grau dentre os vértices de um grafo.

O grau médio da rede de amigos representado pela figura 14 é calculado como:

$$\bar{k} = \frac{2 \times 11}{8} = 2.75$$

Redes aleatórias tem dinâmica (propriedades) ao azar, logo, a maioria dos nós tem aproximadamente o mesmo grau, perto do grau médio  $\bar{k}$  da rede.

### 4.7.3 Densidade da rede

O número máximo de arestas em uma rede  $R$  é dado por  $N(N-1)/2$ . Denotaremos por  $\rho$ , a densidade da rede que é calculada pelo quociente entre o número de arestas,  $n$ , da rede e seu número máximo de arestas. Matematicamente,  $\rho$  será definido por:

$$\rho = \frac{n}{N(N-1)/2} = \frac{2n}{N(N-1)} \quad 4.12$$

A densidade é utilizada para comparar a rede, ou seja, pegando redes com quantidades de vértices e arestas diferentes, podemos dizer se as redes são próximas ou se a densidade delas são próximas. A quantidade de arestas impacta na densidade.

Reescrevendo a equação 4.12 em função do grau médio da rede e do número de vértices; a partir da equação 4.11, temos:

$$\rho = \frac{\bar{k}}{(N-1)} \quad 4.13$$

No exemplo da rede de amizades da Figura 14, a densidade da rede será:

$$\rho = \frac{2,75}{(8-1)} = 0,4$$

A informatização da aquisição de dados, o aumento do poder de computação e a quebra de fronteiras entre disciplinas motivada por vários desenvolvimentos paralelos, tem tido nos últimos anos, avanços dramáticos. Segundo (ALBERT, BARABÁSI, 2002) o conceito de agrupamento se destaca no pensamento moderno.

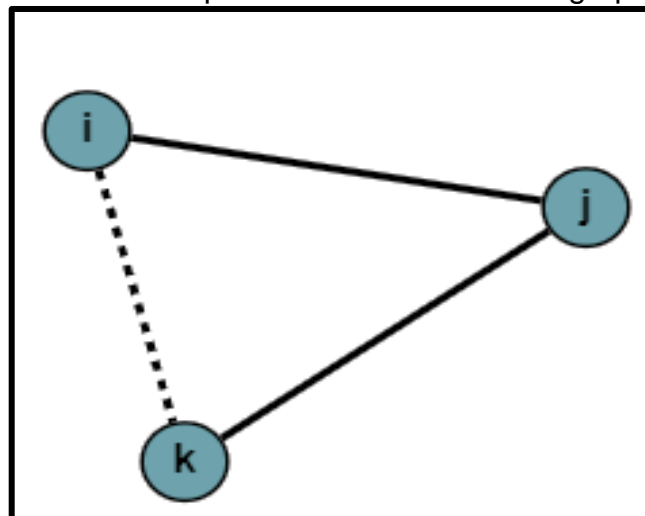
#### 4.7.4 Coeficiente de clusterização

Geralmente, os parâmetros topológicos mais importantes para analisar uma rede são: coeficiente de agrupamento médio, que é a porcentagem média de conexões entre vizinhos de cada nó; sendo o caminho mais curto médio entre quaisquer dois nós da rede; grau distribuição e tamanho da rede (NEWMAN, 2010).

Nas redes reais e em especial, nas redes sociais, o agrupamento é uma peculiaridade comum, referindo-se aos círculos de amigos onde os seus membros se conhecem, formando assim, um grupo na rede. Pelo conceito de transitividade: Se  $A$  e  $B$  são amigos de  $C$ , é provável que  $A$  e  $B$  sejam próximos.

Portanto, se o vértice  $i$  (Figura 18) estiver ligado ao nó  $j$ , que por sua vez encontra-se conectado com  $k$ , existe uma grande probabilidade de que  $i$  esteja unido com  $k$  (ALBERT e BARABÁSI, 2002).

Figura 18 - Rede representando a teoria de agrupamento



Fonte: Autoria própria.

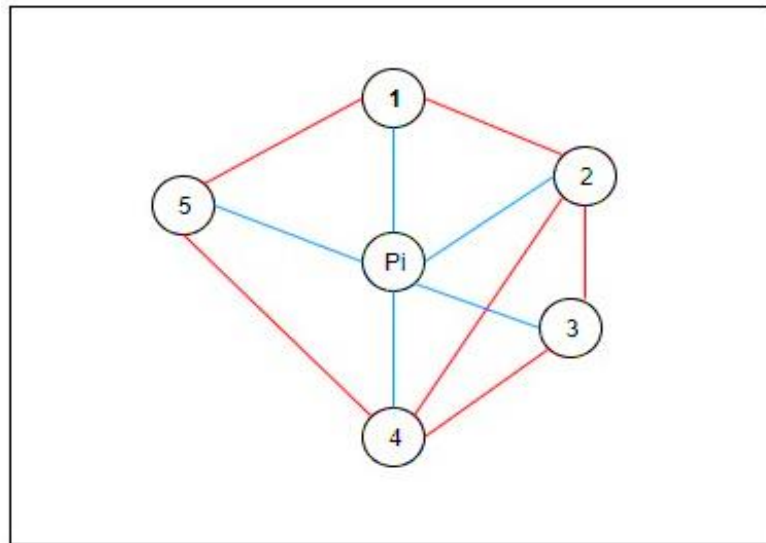
Na teoria dos grafos, o coeficiente de agrupamento mede o grau com que os nós de um gráfico tendem a agrupar-se. Considere um nó " $i$ " selecionado na rede com  $k_i$  arestas e conectando ao  $P_j$  outros nós; o coeficiente de agrupamento do nó  $i$  ( $C_i$ ) é dado por: o quociente entre  $E_i$ , número de arestas que realmente existem entre os vizinhos de  $P_i$  e  $k_i(k_i-1)/2$ , número máximo possível de arestas entre os vizinhos mais próximos do nó original (ALBERT, BARABÁSI, 2002), redes não direcionadas, Figura 19.

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i-1)} \quad 4.14$$

Exemplo: Sendo  $K_i = 5$  e  $E_i = 6$ , temos:

Coeficiente de agrupamento de  $C_i = 3/5 = 0,6$  ou 60%

Figura 19 - Representação do coeficiente de agrupamento entre os vizinhos de  $P_i$



Fonte: Autoria própria

Uma vez calculado cada  $C_i$ , pode-se obter o coeficiente de agrupamento global da rede pela média de todos os  $C_i$ 's individuais. Ou seja,

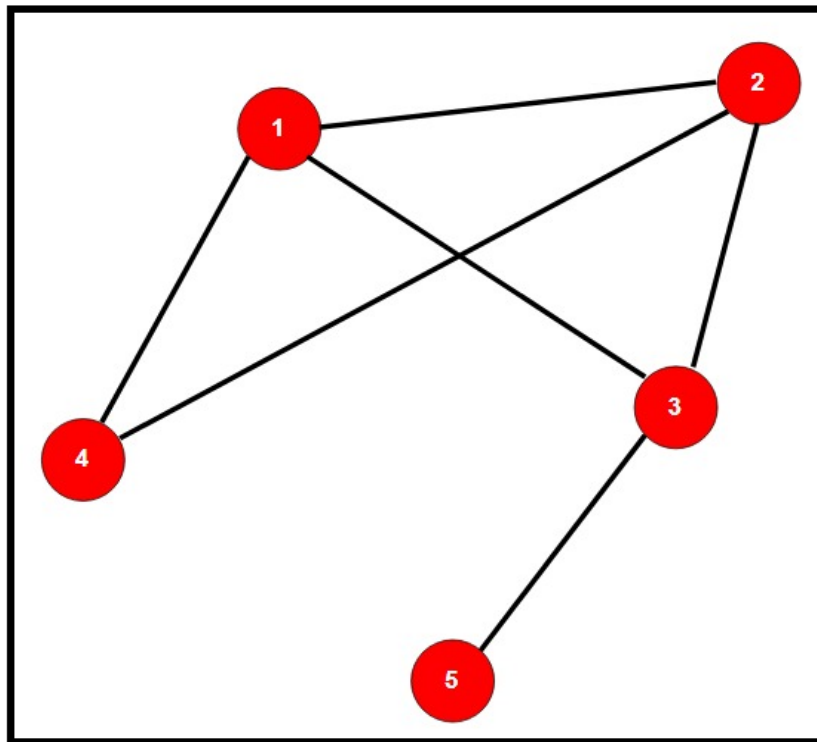
$$\bar{C} = \frac{\sum_{i \in P} C_i}{N} \quad 4.15$$

Como apontado, as redes complexas denotam um grande grau de agrupamento. O coeficiente de agrupamento captura o grau em que os vizinhos de um determinado nó se ligam. O coeficiente de agrupamento local para um nó "i" com grau  $k_i$ , é calculado como mostrado antes, na Equação 4.14; veja exemplo na Figura 20.

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}$$

Onde  $E_i$  representa a quantidade de conexões (arestas) diretas existentes entre os vizinhos do nó  $i$ ; o grau  $k_i$  é o número total de conexões de um vértice  $i$ . Podemos observar também que  $C_i$  está entre “0 e 1”. Além disso, como vimos, Eq. (4.15), a média de todos os  $C_i$ 's individuais dá o coeficiente de agrupamento de toda a rede ( $\bar{C}$ ).

Figura 20 - Ilustração do grafo G (5,6) para determinação do coeficiente de cluster do nó local



Fonte: Autoria própria

$$C_1 = \frac{2 \times 2}{3 \times (3 - 1)} = \frac{2}{3} \cong 0,67 \times 100 = 67\%$$

Há aproximadamente 67% de chance de dois vizinhos do nó 1 estarem conectados. Segundo Barabási (2021)<sup>5</sup>  $C_i$  avalia a densidade do link local da rede.

<sup>5</sup><http://networksciencebook.com/> -Cap 2. Teoria do Gráfico- seção 2.10

$C_i = 0$  quando nenhum dos vizinhos do nó  $i$  se ligar e;  $C_i = 1$  quando todos os vizinhos do nó se ligam uns aos outros formando um grafo completo.

A probabilidade de conexão em grafo aleatório, entre dois nós quaisquer é igual a probabilidade de conexão entre seus vizinhos mais próximos. Como resultado, o coeficiente de agrupamento de um gráfico aleatório é dado pela equação (BARABASI, 2002)

$$C_{rand} = p = \frac{\bar{k}}{N} \quad 4.16$$

Segundo Barabási (2021)<sup>6</sup>, por esta equação 4.16 podemos prever que:

- 1.O coeficiente de cluster de um nó é menor, tanto quanto, maior for a rede; para  $\bar{K}$  fixos;
- 2.O coeficiente de agrupamento de toda a rede ( $\bar{C}$ ), também segue (Eq. 4.15);
- 3.O coeficiente de agrupamento local para um nó “ $i$ ”, independe do grau deste nó.

Neste trabalho utilizamos extensões do coeficiente de *cluster* de redes não direcionadas para redes direcionadas ponderadas. Segundo (FAGIOLO, 2007) o coeficiente de *cluster* para redes direcionadas binárias pode ser estendido para gráficos ponderados, substituindo o número de triângulos direcionados realmente formados por sua contraparte ponderada.

$$\widetilde{C}_i^D = \frac{[W^{(1/3)} + (W^T)^{(1/3)}]_{ii}^3}{2x[k_i^{tot}x(k_i^{tot}-1) - 2xk_i^{\leftrightarrow}]} \quad 4.17$$

Onde,

$W^{(1/3)}$ , é a raiz cúbica da matriz de adjacência ponderada sem auto *loops*;

$(W^T)^{(1/3)}$ , é a transposta da raiz cúbica da matriz de adjacência ponderada sem auto *loops*;

---

<sup>6</sup><http://networksciencebook.com/> -Cap 3. Redes Aleatórias- seção 3.9

$k_i^{tot}$ , é o grau total dos graus do vértice na matriz de adjacência ponderada sem auto *loops*;

$k_i^{\leftrightarrow}$ , é o grau bilateral dos vértices na matriz de adjacência ponderada sem auto *loops*.

Desde que não haja auto interações, o número de arestas bilaterais entre  $i$  e seus vizinhos, ou seja, o número de vértices  $j$  para o qual tanto uma aresta  $i \rightarrow j$  e uma aresta  $j \rightarrow i$  existe é calculado segundo (FAGIOLLO, 2007) como:

$$k_i^{\leftrightarrow} = \sum_{j \neq i} a_{ij} a_{ji} = A_{ii}^2 \quad 4.18$$

$A_{ii}^2$ , Matriz de adjacência ponderada sem auto loops ao quadrado.

#### 4.8 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Para implementação das análises matemáticas, usou-se *Python*. Depois de obter os parâmetros, a partir das redes complexas, foi utilizado o software SPSS (*Statistical Package for the Social Sciences*), versão 20.0 para as análises.

Estatísticas descritivas, teste de normalidade (*Shapiro-Wilk*) e testes de igualdade de variância (teste de Levene e teste de esfericidade de *Mauchly's*) das diferenças entre níveis de tratamento foram realizados com todas as variáveis. Para comparar os grupos em relação as dimensões ( $m$ ), variável entre sujeitos, e *delays* ( $\tau$ ), variável intersujeitos, foram utilizados teste qui-quadrado para amostras independentes operacionalizadas como categórica na primeira parte do trabalho e na segunda parte, quando os dados se aproximaram de uma distribuição gaussiana, usou-se o teste paramétrico *t de Student*, para distribuição não gaussiana, usou-se o teste não paramétrico de *Mann Whitney* nas amostras independentes.

Os resultados gerados a partir do processamento no Python da primeira base de dados, ao serem tratados no SPSS apontaram para distribuição não normal nas dimensões, entretanto realizamos o teste de ANOVA mista fatorial com medidas repetidas, para investigar efeitos principais e de interação entre os grupos ( $m$  e  $\tau$ ) para as medidas de entropias de *Shannon*, Permutação Condicional e Global; as

assimetrias são similares nos grupos e as amostras iguais com correção de *Greenhouse-Geisser* ( $p < 0,05$ ) (HOWELL, 2013).

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este estudo foi dividido em duas partes. Na primeira, avaliou-se o impacto da dimensão e do *delay* sobre as entropias de *Shannon*, Permutação Condicional e Global. Na segunda parte, diversos parâmetros foram aplicados na quantificação da rede para diferenciação dos indivíduos normais e coronariopatas.

### 5.1 O IMPACTO DOS PARÂMETROS NAS MEDIDAS DE ENTROPIAS

Os parâmetros de mapeamento das séries temporais em redes complexas foram: *delays*, no intervalo de tempo  $2 \leq \tau \leq 7$  e dimensões  $3 \leq m \leq 6$ . Esses parâmetros são usados na reconstrução do espaço de fase (WALLOT, MØNSTER, 2018). O método computacional de falsos vizinhos mais próximos (KENNEL et al., 1992; NEUMAN et al., 2014) é utilizado em muitos estudos (SMALL, 2005; AMIGÓ, 2014) para selecionar  $m$  para análise ordinal, no entanto, sua métrica não é a mais indicada na topologia da partição ordinal. Neste trabalho, optamos por seguir o mesmo caminho sugerido por Small (2005), Mccullough et al. (2017a), que foi calcular as medidas de entropias na rede, relatadas anteriormente e observar como elas mudam com as incorporações de atraso  $\tau$  e de dimensão  $m$ . Segundo Neuman et al. (2014) uma variação na dimensão de incorporação ao longo do tempo, muda a complexidade do contexto e com isso, influencia o comportamento do sistema podendo ser usadas em estudos que verificam as transições dinâmicas.

A hipótese de esfericidade presume que o relacionamento entre pares de condições experimentais seja similar. A Tabela 1 apresenta as estatísticas ( $W$ ) do teste de *Mauchly*, qui-quadrados aproximado, graus de liberdade (gl), valores de significância ( $p$ ) e correções das medidas de afastamento da esfericidade (*Epsilon*) das Entropias de *Shannon*, Permutação Condicional e Global para os *delays*. O  $W$  de *Mauchly* testa a hipótese nula de que a matriz de covariância de erro das variáveis dependentes transformadas ortonormalizadas é proporcional a uma matriz de identidade (FIELD, 2009; HOWELL, 2013).

Tabela 1 - Teste de esfericidade de Mauchly's<sup>a</sup> para entropia de Shannon, Permutação Condicional e Global nos delays

| Efeito dentro dos assuntos | W de Mauchly | $\chi^2$ Aproximado | gl | Valor-p | Epsilon <sup>b</sup>                    |                 |
|----------------------------|--------------|---------------------|----|---------|---|-----------------|
|                            |              |                     |    |         | Greenhouse-Geisser ( $\hat{\epsilon}$ ) | Limite inferior |
| <b>Delay(c)</b>            | 0,003        | 195,551             | 14 | 0,000   | 0,345                                   | 0,200           |
| <b>Delay(d)</b>            | 0,019        | 135,208             | 14 | 0,000   | 0,371                                   | 0,200           |
| <b>Delay(e)</b>            | 0,011        | 152,623             | 14 | 0,000   | 0,408                                   | 0,200           |

Fonte: Autoria própria.

a. Design: Intercepto + Dimensão. Dentro do Design dos Assuntos: Atraso. b. Pode ser usado para ajustar os graus de liberdade para os testes médios de significância. c. Delay para entropia de Shannon. d. Delay para entropia permutação condicional. e. Delay para entropia global.

Após aplicar o teste de esfericidade de *Mauchly's* (Tabela 1), verificou-se que o efeito do *delay* nas medidas de entropias violam as hipóteses de esfericidade já que  $p < 0,001$ , portanto, não podemos assumir esfericidade quando olhamos a estatística F, e os valores de *Epsilon* indicam a necessidade de se basear as análises no teste de *Greenhouse-Geisser*. Assim, aceitamos que as variâncias das diferenças entre os níveis são significativamente diferentes. A Tabela 1 mostra que o valor calculado do fator de correção da esfericidade de *Greenhouse-Geisser* ( $\hat{\epsilon}$ ) está mais próximo ao limite mais baixo de 0,20 do que o limite superior de 1 e ele, portanto, representa um desvio substancial da esfericidade.

A seguir, é apresentado a Tabela 2 com as médias, erro padrão e intervalos de confiança (IC95%) das Entropias de *Shannon*, Permutação Condicional e Global nos *delays* e dimensões.

A Tabela 2, de médias para o efeito principal do *delay* e dimensão com os erros padrão associados e respectivos intervalos de confiança de 95% dos seis *delays* e das quatro dimensões avaliadas, mostra claramente que as medidas de entropias nos *delays* e dimensões foram diferentes, permitindo analisar e detectar entre quais *delays* e dimensões ocorre a diferença significativa que será apontada no teste multivariado.

Tabela 2 - Medidas descritivas das Entropias de Shannon, Permutação Condicional e Global nos delays e dimensões

| Variáveis       | EnShannon |       |             | EnPC |       |             | EnGlobal |       |                |
|-----------------|-----------|-------|-------------|------|-------|-------------|----------|-------|----------------|
|                 | Ma        | EP    | IC          | Ma   | EP    | IC          | Ma       | EP    | IC             |
| <b>Delays</b>   |           |       |             |      |       |             |          |       |                |
| 2               | 3,67      | 0,135 | 3,40 - 3,94 | 1,95 | 0,048 | 1,85 - 2,05 | 37,56    | 1,595 | 34,33 - 40,80  |
| 3               | 3,69      | 0,135 | 3,42 - 3,97 | 2,05 | 0,039 | 1,97 - 2,13 | 39,49    | 1,454 | 36,54 - 42,44  |
| 4               | 3,73      | 0,137 | 3,45 - 4,00 | 2,00 | 0,033 | 1,93 - 2,06 | 40,05    | 1,254 | 37,50 - 42,59  |
| 5               | 3,75      | 0,138 | 3,47 - 4,03 | 2,02 | 0,031 | 1,96 - 2,08 | 41,08    | 1,415 | 38,21 - 43,95  |
| 6               | 3,77      | 0,139 | 3,49 - 4,05 | 2,01 | 0,034 | 1,94 - 2,08 | 41,46    | 1,378 | 38,67 - 44,26  |
| 7               | 3,78      | 0,140 | 3,50 - 4,06 | 1,99 | 0,033 | 1,92 - 2,06 | 41,89    | 1,413 | 39,02 - 44,75  |
| <b>Dimensão</b> |           |       |             |      |       |             |          |       |                |
| 3               | 1,78      | 0,27  | 1,22 - 2,32 | 1,53 | 0,069 | 1,39 - 1,67 | 1,38     | 2,725 | 4,15 - 6,91    |
| 4               | 2,99      | 0,27  | 2,43 - 3,54 | 2,52 | 0,069 | 2,38 - 2,66 | 10,00    | 2,725 | 4,48 - 15,53   |
| 5               | 4,37      | 0,27  | 3,82 - 4,93 | 2,57 | 0,069 | 2,43 - 2,71 | 47,96    | 2,725 | 42,43 - 53,49  |
| 6               | 5,78      | 0,27  | 5,23 - 6,34 | 1,39 | 0,069 | 1,25 - 1,53 | 101,68   | 2,725 | 96,15 - 107,21 |

Fonte: Autoria própria.

Nota: Ma = Média. EP = Erro padrão. IC = Intervalo de confiança de 95%.

### 5.1.2 Entropia de Shannon

O uso do cálculo da entropia de *Shannon* como um teste de permutação permite medir a similaridade entre os dois conjuntos de distribuições de probabilidade das cadeias de Markov e, comparar a diferença entre os resultados de grupos de referência com grupos construídos aleatoriamente (DAVIES, et al., 2016). A seguir é apresentado a Tabela 3 da análise de variância (ANOVA) mista de dois fatores com medidas repetidas sendo, 6 *delays* e 4 dimensões, que avalia o efeito principal das variáveis entre sujeitos, segundo correção de *Greenhouse-Geisser* dos graus de liberdade.

A análise do efeito principal do *delay*, segundo a correção de *Greenhouse-Geisser*, [F(1,72; 62,04) = 15,21,  $p < 0,001$ ] significando que se ignorarmos a dimensão, o *delay* afeta significativamente a entropia de *Shannon*, ou seja, existe uma diferença entre as medidas de entropia de *Shannon* encontradas para os 6 valores de *delays*.

Tabela 3 - Efeito entre sujeitos para entropia de Shannon com correção de Greenhouse-Geisser

| Parâmetros                 | SQ     | GI    | QM     | F      | Valor-p*     |
|----------------------------|--------|-------|--------|--------|--------------|
| <i>Delay</i>               | 0,37   | 1,72  | 0,21   | 15,213 | <b>0,000</b> |
| <i>Delay</i> * Dimensão    | 0,16   | 5,17  | 0,03   | 2,279  | 0,056        |
| <b>Dimensão</b>            | 539,23 | 3,00  | 179,74 | 39,977 | <b>0,000</b> |
| <b>Erro (<i>Delay</i>)</b> | 0,87   | 62,04 | 0,01   |        |              |
| <b>Erro (Dimensão)</b>     | 161,86 | 36,00 | 4,50   |        |              |

Fonte: Autoria própria.

Nota: SQ (Soma dos quadrados); gl (Graus de liberdade); QM (Quadrados médios); F (Estatística F); Valor-p(Nível de significância).

\*: Significante para  $p < 0,05$ .

O mesmo é verificado para o efeito da dimensão, [ $F(3, 36) = 39,98, p < 0,001$ ] esse efeito nos diz que se ignorarmos os *delays*, as médias dos grupos são significativamente diferentes. Os testes multivariados que baseiam-se em comparações de pares linearmente independentes entre as médias marginais estimadas, apresentam [ $F(5, 32) = 13,76, p < 0,001$ ] confirmando que há diferenças significativas das medidas de entropia de *Shannon* para os *delays*.

No entanto, a interação entre *delay* e dimensão, considerando a correção de *Greenhouse-Geisser*, [ $F(5,17; 62,04) = 2,28, p < 0,056$ ] não há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese de ausência de interação, indicando que a maneira como as entropias de *Shannon* foram afetadas pelo *delay* não difere entre as dimensões. Podemos confirmar o resultado da interação pelos testes multivariados, [ $F(15; 88,74) = 1,38, p = 0,174$ ].

Esse efeito nos diz que as medidas de entropias de *Shannon* ao longo das séries nos diversos níveis de *delay* foi indiferente para as 4 dimensões. Para analisar essa interação, contrastes (Tabela 4) foram feitos comparando cada nível de *delay* à dimensão.

Na Tabela 4, teste de contrastes dentre sujeitos, é apresentado o valor de “*p*” (*sig*) para tendência (*p-trend*) linear e quadrática. Os resultados apontam que existem tendência linear ( $p < 0,05$ ) para o *delay* e interação *Delay*\* Dimensão, mas não possui tendência quadrática ( $p > 0,05$ ). Pela observação do gráfico de linhas para as médias é possível verificar o comportamento linear para o *delay* e interação. A seguir são apresentados os testes *Post-Hoc* para as comparações com ajustes de *Sidack*.

Tabela 4 - Teste de contrastes dentre sujeitos para entropia de Shannon

| Parâmetros              | Delay             | SQ   | gl    | QM   | F     | Valor-p*     |
|-------------------------|-------------------|------|-------|------|-------|--------------|
| <b>Delay</b>            | <i>Linear</i>     | 0,36 | 1,00  | 0,36 | 30,98 | <b>0,000</b> |
|                         | <i>Quadrática</i> | 0,01 | 1,00  | 0,01 | 1,93  | 0,173        |
| <b>Delay * Dimensão</b> | <i>Linear</i>     | 0,16 | 3,00  | 0,05 | 4,56  | <b>0,008</b> |
|                         | <i>Quadrática</i> | 0,01 | 3,00  | 0,00 | 0,65  | 0,590        |
| <b>Erro (Delay)</b>     | <i>Linear</i>     | 0,42 | 36,00 | 0,01 |       |              |
|                         | <i>Quadrática</i> | 0,10 | 36,00 | 0,00 |       |              |

Fonte: Autoria própria.

Nota: SQ (Soma dos quadrados); gl (Graus de liberdade); QM (Quadrados médios); F (Estatística F); Valor-p (Nível de significância).

\*: Significante para  $p < 0,05$ .

Para complementar a interpretação e localização das diferenças entre os *delays* apresentado na Tabela 3 que avalia o efeito principal, é recomendado olhar para a Tabela 5 de comparações por pares que realiza o teste *Post-Hoc* de *Sidak* para as comparações par-a-par. A tabela compara os *delays* uns com os outros para entropia de *Shannon*, mas não separados por dimensão.

Tabela 5 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas intra sujeitos

| (I) Delay | (J) Delay | Diferença média (I-J) | Erro Padrão | Valor- p*   | IC95% para diferença <sup>a</sup> |                 |
|-----------|-----------|-----------------------|-------------|-------------|-----------------------------------|-----------------|
|           |           |                       |             |             | Limite Inferior                   | Limite superior |
| 2         | 3         | -0,02                 | 0,02        | 1,00        | -0,10                             | 0,05            |
|           | 4         | -0,06                 | 0,02        | 0,18        | -0,12                             | 0,01            |
|           | 5         | -,078*                | 0,02        | <b>0,00</b> | -0,14                             | -0,02           |
|           | 6         | -,097*                | 0,02        | <b>0,00</b> | -0,17                             | -0,02           |
|           | 7         | -,110*                | 0,03        | <b>0,00</b> | -0,19                             | -0,03           |
| 3         | 2         | 0,02                  | 0,02        | 1,00        | -0,05                             | 0,10            |
|           | 4         | -0,03                 | 0,01        | 0,06        | -0,07                             | 0,00            |
|           | 5         | -,055*                | 0,01        | <b>0,00</b> | -0,10                             | -0,01           |
|           | 6         | -,074*                | 0,01        | <b>0,00</b> | -0,10                             | -0,04           |
|           | 7         | -,087*                | 0,01        | <b>0,00</b> | -0,13                             | -0,05           |
| 4         | 2         | 0,06                  | 0,02        | 0,18        | -0,01                             | 0,12            |

|   |   |        |      |             |       |       |
|---|---|--------|------|-------------|-------|-------|
|   | 3 | 0,03   | 0,01 | 0,06        | 0,00  | 0,07  |
|   | 5 | -0,02  | 0,01 | 0,07        | -0,05 | 0,00  |
|   | 6 | -,041* | 0,01 | <b>0,00</b> | -0,07 | -0,01 |
|   | 7 | -,054* | 0,01 | <b>0,00</b> | -0,08 | -0,03 |
|   | 2 | ,078*  | 0,02 | <b>0,00</b> | 0,02  | 0,14  |
|   | 3 | ,055*  | 0,01 | <b>0,00</b> | 0,01  | 0,10  |
| 5 | 4 | 0,02   | 0,01 | 0,07        | 0,00  | 0,05  |
|   | 6 | -0,02  | 0,01 | 0,42        | -0,05 | 0,01  |
|   | 7 | -,032* | 0,01 | <b>0,04</b> | -0,06 | 0,00  |
|   | 2 | ,097*  | 0,02 | <b>0,00</b> | 0,02  | 0,17  |
|   | 3 | ,074*  | 0,01 | <b>0,00</b> | 0,04  | 0,10  |
| 6 | 4 | ,041*  | 0,01 | <b>0,00</b> | 0,01  | 0,07  |
|   | 5 | 0,02   | 0,01 | 0,42        | -0,01 | 0,05  |
|   | 7 | -0,01  | 0,01 | 0,55        | -0,03 | 0,01  |
|   | 2 | ,110*  | 0,03 | <b>0,00</b> | 0,03  | 0,19  |
|   | 3 | ,087*  | 0,01 | <b>0,00</b> | 0,05  | 0,13  |
| 7 | 4 | ,054*  | 0,01 | <b>0,00</b> | 0,03  | 0,08  |
|   | 5 | ,032*  | 0,01 | <b>0,04</b> | 0,00  | 0,06  |
|   | 6 | 0,01   | 0,01 | 0,55        | -0,01 | 0,03  |

Fonte: Autoria própria.

\*: A diferença média é significativa ao nível de  $p < 0,05$ .

a: Teste de *Sidak* ajustado para comparações múltiplas.

A entropia de *Shannon* mostrou diferenças significativas ( $p < 0,05$ ), feitos os ajustes para comparações múltiplas pelo teste de Sidack, intra sujeitos para os pares de *delay* (2,5), (2,6), (2,7), (3,5), (3,6), (3,7), (4,6), (4,7) e (5,7). Desta forma os resultados confirmam as evidências já apresentadas no efeito principal dos *delays*.

A Tabela 6 apresenta o teste Post-Hoc de *Sidak* para as comparações por pares. Ela compara as dimensões uma com as outras para entropia de *Shannon*, mas não separados por *delays* e complementa a interpretação e localização das diferenças entre as dimensões apresentadas na Tabela 3 que avalia o efeito principal.

Tabela 6 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas entra sujeitos para entropia de Shannon

| (I)<br>Dimensão | (J)<br>Dimensão | Diferença<br>média(I-J) | Erro<br>Padrão | Valor- p*   | IC95% para<br>diferença <sup>a</sup> |                    |
|-----------------|-----------------|-------------------------|----------------|-------------|--------------------------------------|--------------------|
|                 |                 |                         |                |             | Limite<br>Inferior                   | Limite<br>superior |
| 3,00            | 4,00            | -1,212*                 | 0,39           | <b>0,02</b> | -2,29                                | -0,13              |
|                 | 5,00            | -2,595*                 | 0,39           | <b>0,00</b> | -3,67                                | -1,52              |
|                 | 6,00            | -4,005*                 | 0,39           | <b>0,00</b> | -5,08                                | -2,93              |
| 4,00            | 3,00            | 1,212*                  | 0,39           | <b>0,02</b> | 0,13                                 | 2,29               |
|                 | 5,00            | -1,384*                 | 0,39           | <b>0,01</b> | -2,46                                | -0,31              |
|                 | 6,00            | -2,793*                 | 0,39           | <b>0,00</b> | -3,87                                | -1,72              |
| 5,00            | 3,00            | 2,595*                  | 0,39           | <b>0,00</b> | 1,52                                 | 3,67               |
|                 | 4,00            | 1,384*                  | 0,39           | <b>0,01</b> | 0,31                                 | 2,46               |
|                 | 6,00            | -1,410*                 | 0,39           | <b>0,01</b> | -2,49                                | -0,33              |
| 6,00            | 3,00            | 4,005*                  | 0,39           | <b>0,00</b> | 2,93                                 | 5,08               |
|                 | 4,00            | 2,793*                  | 0,39           | <b>0,00</b> | 1,72                                 | 3,87               |
|                 | 5,00            | 1,410*                  | 0,39           | <b>0,01</b> | 0,33                                 | 2,49               |

Fonte: Autoria própria.

\*: A diferença média é significativa ao nível de  $p < 0,05$ .

a: Teste de *Sidak* ajustado para comparações múltiplas.

Analisando o teste *Post-Hoc* de *Sidak* para os ajustes de comparações múltiplas, é possível perceber que os *valores-p* para todas as comparações das dimensões entre sujeitos foram menores que o nível de significância pré-estabelecido de 5%, ou seja, há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese de igualdade das dimensões. Destarte, foram confirmadas as evidências já obtidas de que há efeito das dimensões nas medidas de entropias de *Shannon*, e em função disso as médias aumentam da dimensão 3 para 6, conforme será apresentado na figura 21. Para analisar o comportamento da interação Dimensão\**Delay* é apresentado a tabela das médias marginais estimadas, erro padrão da média e intervalo de confiança (IC 95%).

Tabela 7 - Médias marginais estimadas da entropia de Shannon para interação Dimensão\* Delay com ajuste de Sidak para comparações múltiplas

| Dimensão | Delay | Médias | Erro Padrão | IC95% para médias |                 |
|----------|-------|--------|-------------|-------------------|-----------------|
|          |       |        |             | Limite Inferior   | Limite superior |
| 3,00     | 2     | 1,77   | 0,27        | 1,22              | 2,32            |
|          | 3     | 1,77   | 0,27        | 1,22              | 2,32            |
|          | 4     | 1,77   | 0,27        | 1,22              | 2,33            |
|          | 5     | 1,78   | 0,28        | 1,22              | 2,34            |
|          | 6     | 1,78   | 0,28        | 1,22              | 2,35            |
|          | 7     | 1,79   | 0,28        | 1,22              | 2,35            |
| 4,00     | 2     | 2,95   | 0,27        | 2,41              | 3,50            |
|          | 3     | 2,96   | 0,27        | 2,41              | 3,51            |
|          | 4     | 2,99   | 0,27        | 2,43              | 3,54            |
|          | 5     | 3,00   | 0,28        | 2,44              | 3,56            |
|          | 6     | 3,01   | 0,28        | 2,45              | 3,58            |
|          | 7     | 3,02   | 0,28        | 2,46              | 3,59            |
| 5,00     | 2     | 4,30   | 0,27        | 3,75              | 4,84            |
|          | 3     | 4,33   | 0,27        | 3,78              | 4,87            |
|          | 4     | 4,37   | 0,27        | 3,81              | 4,92            |
|          | 5     | 4,39   | 0,28        | 3,83              | 4,95            |
|          | 6     | 4,42   | 0,28        | 3,85              | 4,98            |
|          | 7     | 4,43   | 0,28        | 3,87              | 5,00            |
| 6,00     | 2     | 5,66   | 0,27        | 5,11              | 6,21            |
|          | 3     | 5,71   | 0,27        | 5,16              | 6,26            |
|          | 4     | 5,77   | 0,27        | 5,22              | 6,33            |
|          | 5     | 5,82   | 0,28        | 5,26              | 6,38            |
|          | 6     | 5,85   | 0,28        | 5,29              | 6,41            |
|          | 7     | 5,87   | 0,28        | 5,31              | 6,44            |

Fonte: Autoria própria.

Ao analisar os IC 95% não foi observado diferenças estatisticamente significativas entre os *delays* quando divididos por dimensões, o que é confirmado pelo valor de “*p*” para interação ( $p = 0,056$ ). As séries temporais apresentam

suposições estacionárias fracas (YAO, WANG, 2017), com isso, as médias marginais estimadas para os *delays* crescem conforme aumenta as dimensões de incorporação.

A seguir, é apresentado uma sequência de duas tabelas da Análise de Variância (ANOVA) mista de dois fatores com medidas repetidas para interação Dimensão x *Delay*, sendo, 4 dimensões e 6 *delays*.

Tabela 8 - Testes Univariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão x *Delay*

|   | <b>Delay</b> | <b>SQ</b> | <b>gl</b> | <b>QM</b> | <b>Valor-F</b> | <b>Valor-p*</b> |
|---|--------------|-----------|-----------|-----------|----------------|-----------------|
| 2 | Contraste    | 84,78     | 3         | 28,26     | 38,901         | 0,000           |
|   | Erro         | 26,15     | 36        | 0,73      |                |                 |
| 3 | Contraste    | 87,14     | 3         | 29,05     | 39,735         | 0,000           |
|   | Erro         | 26,32     | 36        | 0,73      |                |                 |
| 4 | Contraste    | 89,57     | 3         | 29,86     | 39,946         | 0,000           |
|   | Erro         | 26,91     | 36        | 0,75      |                |                 |
| 5 | Contraste    | 91,58     | 3         | 30,53     | 39,957         | 0,000           |
|   | Erro         | 27,50     | 36        | 0,76      |                |                 |
| 6 | Contraste    | 92,66     | 3         | 30,89     | 40,079         | 0,000           |
|   | Erro         | 27,74     | 36        | 0,77      |                |                 |
| 7 | Contraste    | 93,66     | 3         | 31,22     | 39,989         | 0,000           |
|   | Erro         | 28,11     | 36        | 0,78      |                |                 |

Fonte: Autoria própria.

Nota: SQ (Soma dos quadrados); gl (Graus de liberdade); QM (Quadrados médios); *Valor-F* (Estatística F); *Valor-p* (Nível de significância).

\*: Significante para  $p < 0,001$ .

Cada *valor-F* testa os efeitos simples da Dimensão dentro de cada combinação de nível dos outros efeitos mostrados. Esses testes são baseados em comparações de pares linearmente independentes entre as médias marginais estimadas. Na tabela, as linhas indicam o tratamento do predictor categórico *delay* que por padrão o SPSS considera os desvios dos contrastes e seus respectivos erros. Estes contrastes planejados são úteis em comparações pareadas que devem ser realizadas antes da

realização da análise principal (DANCEY, REIDY, ROWE, 2017) funcionando como uma referência das condições iniciais.

A comparação entre cada dimensão e cada *delay* mostrou que, existe diferença significativa ( $p < 0,05$ ) em todas elas, para médias marginais estimadas da entropia de Shannon. Da mesma forma, é evidenciado pela análise dos ajustes para comparações múltiplas pelo teste de *Sidak*, com base nas médias marginais estimadas, quando fixado o *delay* e comparado cada dimensão com as demais, a diferença média é significativa ao nível de 5%.

Tabela 9 - Testes Multivariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão x Delay

|   | Dimensão               | Valor | Valor-F            | Hipótese(gl) | Erro(gl) | Valor-p      |
|---|------------------------|-------|--------------------|--------------|----------|--------------|
| 3 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,966 | 0,223              | 5            | 32       | 0,950        |
| 4 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,774 | 1,864              | 5            | 32       | 0,128        |
| 5 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,551 | 5,205              | 5            | 32       | <b>0,001</b> |
| 6 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,359 | 11,44 <sup>a</sup> | 5            | 32       | <b>0,000</b> |

Fonte: Autoria própria.

Nota: Valor (Autovalores); *Valor-F* (Estatística F); Hipótese(gl) (Hipóteses para graus de liberdade); Erro(gl) (Erro para graus de liberdade); *Valor-p* (Nível de significância).

\*: Significante para  $p < 0,001$ .

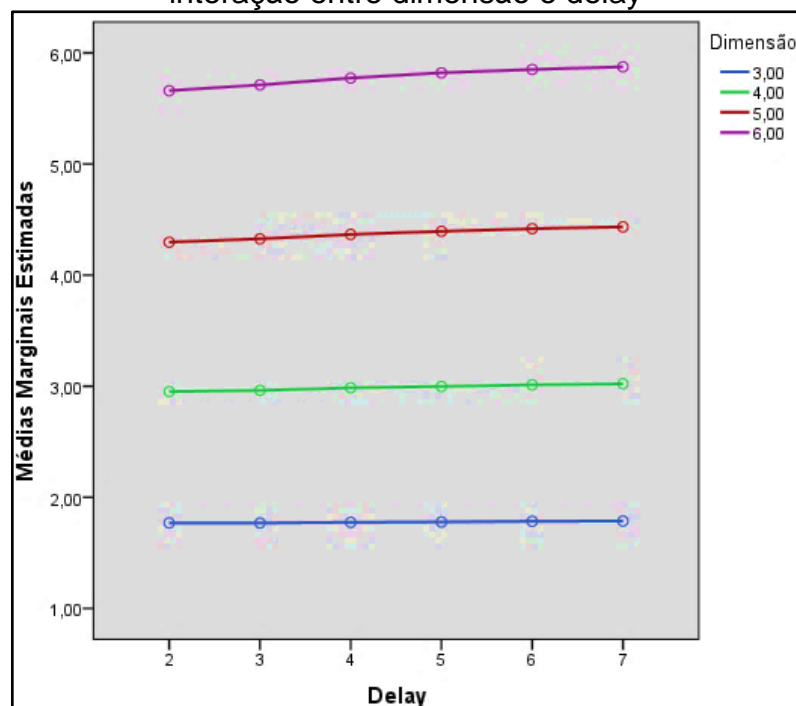
Para cada dimensão de 3 a 6 foi calculado a razão da variância do erro pela variância total (Lambda de Wilks).

Cada *valor-F* testa os efeitos simples multivariados de *delay* dentro de cada combinação de nível dos outros efeitos mostrados. Por meio da Tabela 9 dos testes multivariados, que se baseiam em comparações de pares linearmente independentes entre as médias marginais estimadas e compara cada *delay* para cada dimensão na entropia de Shannon, é possível perceber que o *valor-p* obtido para as dimensões 3 e 4 foram maiores que o nível de significância pré-fixado de 5%, ou seja, não há evidência estatística suficiente para rejeitar a hipótese de igualdade de efeito na comparação par-a-par dos *delays* quando fixados as dimensões. Já os *valores-p* para as dimensões 5 e 6 foram inferiores a 0,05, assim, rejeita-se a hipótese de igualdade de efeito na comparação par-a-par dos *delays* quando fixados as dimensões. Desta

forma os resultados confirmam as evidências já apresentadas de que há efeito dos *delays* nas dimensões.

Analisado os ajustes para comparações múltiplas pelo teste de *Sidak*, com base nas médias marginais estimadas, quando fixada a dimensão e comparado cada *delay* com os demais, a diferença média é significativa ao nível de 5%, fixando a dimensão 5 e comparando o *delay* 3 com o 6 e o 7 e na comparação dos *delays* 4 e 7; mas quando fixado a dimensão 6, observamos diferenças significativas dos *delays* 2, 3 e 4 comparados com os *delays* 5, 6 e 7. A seguir, é apresentado a figura 21 com as médias marginais estimadas da entropia de *Shannon* para interação entre dimensão e *delay*, em concordância com os resultados anteriores apresentados para os efeitos principais e os testes *Post-Hoc*.

Figura 21 - Médias marginais estimadas da entropia de Shannon para interação entre dimensão e delay



Fonte: Autoria própria

O gráfico mostra a média das medidas de entropia de *Shannon* dos diferentes níveis de *delays* quando a medida de entropia também tinha diferentes dimensões. O gráfico, claramente mostra, uma tendência linear para os *delays* e interação Dimensões x *Delay*, as médias nas dimensões das entropias de *Shannon* são muito semelhantes (a linha é mais ou menos reta) entre os *delays*. Observa-se ainda, um

pequeno acréscimo da entropia de *Shannon* sendo um pouco mais acentuado nas dimensões 5 e 6; os valores de *delays*, influenciam a entropia de *Shannon* independente da dimensão, pois, não houve interações entre *delay* e dimensão. O efeito do *delay* sobre a entropia de *Shannon* nas 4 dimensões são iguais.

Os resultados apresentados na figura 21 corrobora com Yao e Wang (2017), a reorganização dos segmentos construídos ocorre em ordem crescente de dimensão de acordo com os valores médios estimados.

### 5.3.2 Entropia de permutação condicional

A seguir é apresentado a Tabela 10 da análise de variância (ANOVA) mista de dois fatores com medidas repetidas sendo, 6 *delays* e 4 dimensões, que avalia o efeito principal das variáveis entre sujeitos, segundo correção de *Greenhouse-Geisser* dos graus de liberdade.

Tabela 10 - Efeito entre sujeitos para entropia de Permutação Condicional com correção de *Greenhouse-Geisser*

| Parâmetros                     | SQ    | GI    | QM    | F     | Valor-p*     |
|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|--------------|
| <b><i>Delay</i></b>            | 0,21  | 1,85  | 0,11  | 5,822 | <b>0,006</b> |
| <b><i>Delay</i> * Dimensão</b> | 0,47  | 5,56  | 0,08  | 4,403 | <b>0,001</b> |
| <b>Dimensão</b>                | 72,09 | 3     | 24,03 | 84,41 | <b>0,000</b> |
| <b>Erro (<i>Delay</i>)</b>     | 1,28  | 66,75 | 0,02  |       |              |
| <b>Erro (Dimensão)</b>         | 10,25 | 36    | 0,28  |       |              |

Fonte: Autoria própria.

Nota: SQ (Soma dos quadrados); gl (Graus de liberdade); QM (Quadrados médios); F(Estatística F); Valor-p(Nível de significância).

\*: Significante para  $p < 0,05$ .

A análise do efeito principal do *delay*, segundo a correção de *Greenhouse-Geisser*,  $[F(1,85; 66,75) = 5,82, p < 0,01]$  significa que se ignorarmos a dimensão, o *delay* afeta significativamente a entropia de permutação condicional, ou seja, existe uma diferença entre as medidas de entropia de permutação condicional encontradas para os 6 valores de *delays*. O mesmo é verificado para o efeito da dimensão,  $[F(3, 36) = 84,41, p < 0,001]$  esse efeito nos diz que se ignorarmos os *delays*, as médias

dos grupos são significativamente diferentes. Os testes multivariados que baseiam-se em comparações de pares linearmente independentes entre as médias marginais estimadas, apresentam  $[F(5, 32) = 11,68, p < 0,001]$  confirmando que há diferenças significativas das medidas de entropia de permutação condicional para os delays.

A interação entre *delay* e dimensão, considerando a correção de *Greenhouse-Geisser*,  $[F(5,56; 66,75) = 4,40, p < 0,01]$ , ou seja, há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese de ausência de interação, indicando que a maneira como as entropias de permutação condicional foram afetadas pelo *delay* foi diferente entre as dimensões. Podemos confirmar o resultado da interação pelos testes multivariados,  $[F(15; 88,74) = 2,52, p = 0,004]$ .

Esse efeito nos diz que as medidas de entropias de permutação condicional ao longo das séries nos diversos níveis de *delay* foi indiferente para as 4 dimensões. Para analisar essa interação, contrastes (Tabela 11) foram feitos comparando cada nível de *delay* à dimensão.

Tabela 11 - Teste de contrastes dentre sujeitos para entropia de Permutação Condicional

| Parâmetros              | Delay             | SQ   | GI | QM   | F     | Valor-p*     |
|-------------------------|-------------------|------|----|------|-------|--------------|
| <b>Delay</b>            | <i>Linear</i>     | 0,01 | 1  | 0,01 | 0,32  | 0,577        |
|                         | <i>Quadrática</i> | 0,09 | 1  | 0,09 | 10,87 | <b>0,002</b> |
| <b>Delay * Dimensão</b> | <i>Linear</i>     | 0,38 | 3  | 0,12 | 6,94  | <b>0,001</b> |
|                         | <i>Quadrática</i> | 0,06 | 3  | 0,02 | 2,38  | 0,086        |
| <b>Erro (Delay)</b>     | <i>Linear</i>     | 0,65 | 36 | 0,02 |       |              |
|                         | <i>Quadrática</i> | 0,28 | 36 | 0,01 |       |              |

Fonte: Autoria própria.

Nota: SQ (Soma dos quadrados); gl (Graus de liberdade); QM (Quadrados médios); F (Estatística F); Valor-p (Nível de significância). \*: Significante para  $p < 0,05$ .

Na Tabela 11, teste de contrastes dentre sujeitos, é apresentado o valor de “*p*” (*sig*) para tendência (*p-tendência*) linear e quadrática. Os resultados indicam não existir tendência linear para o *delay* ( $p > 0,05$ ), mas confirmam a tendência quadrática ( $p < 0,05$ ). Já para interação *Delay\*Dimensão*, observamos tendência linear ( $p < 0,05$ ); mas não possui tendência quadrática ( $p > 0,05$ ). Pela observação do gráfico de linhas para as médias é possível observar o comportamento linear para a interação. A seguir são apresentados os testes *Post-Hoc* para as comparações com ajustes de *Sidack*.

Para complementar a interpretação e localização das diferenças entre os delays apresentado na Tabela 10 que avalia o efeito principal, é recomendado olhar para a Tabela 12 de comparações por pares que realiza o teste *Post-Hoc* de Sidack para as comparações par-a-par. A tabela compara os delays uns com os outros para entropia de permutação condicional, mas não separados por dimensão.

Tabela 12 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas intra sujeitos

| (I) Delay | (J) Delay | Diferença média (I-J) | Erro Padrão | Valor- p*    | IC95% para diferença <sup>a</sup> |                 |
|-----------|-----------|-----------------------|-------------|--------------|-----------------------------------|-----------------|
|           |           |                       |             |              | Limite Inferior                   | Limite superior |
| 2         | 3         | -0,01*                | 0,02        | <b>0,000</b> | -0,16                             | -0,03           |
|           | 4         | -0,05                 | 0,03        | 0,798        | -0,13                             | 0,04            |
|           | 5         | -0,07                 | 0,03        | 0,235        | -0,16                             | 0,02            |
|           | 6         | -0,06                 | 0,03        | 0,449        | -0,14                             | 0,03            |
|           | 7         | -0,04                 | 0,03        | 0,944        | -0,13                             | 0,05            |
| 3         | 2         | 0,01*                 | 0,02        | <b>0,000</b> | 0,03                              | 0,16            |
|           | 4         | 0,05                  | 0,02        | 0,139        | -0,01                             | 0,11            |
|           | 5         | 0,03                  | 0,02        | 0,967        | -0,04                             | 0,09            |
|           | 6         | 0,04                  | 0,02        | 0,286        | -0,01                             | 0,09            |
|           | 7         | 0,06                  | 0,02        | 0,053        | 0,00                              | 0,11            |
| 4         | 2         | 0,05                  | 0,03        | 0,798        | -0,04                             | 0,13            |
|           | 3         | -0,05                 | 0,02        | 0,139        | -0,11                             | 0,01            |
|           | 5         | -0,02                 | 0,01        | 0,382        | -0,05                             | 0,01            |
|           | 6         | -0,01                 | 0,01        | 0,999        | -0,04                             | 0,02            |
|           | 7         | 0,01                  | 0,01        | 0,999        | -0,02                             | 0,04            |
| 5         | 2         | 0,07                  | 0,03        | 0,235        | -0,02                             | 0,16            |
|           | 3         | -0,03                 | 0,02        | 0,967        | -0,09                             | 0,04            |
|           | 4         | 0,02                  | 0,01        | 0,382        | -0,01                             | 0,05            |
|           | 6         | 0,01                  | 0,01        | 0,937        | -0,02                             | 0,04            |
|           | 7         | 0,03*                 | 0,01        | <b>0,026</b> | 0,00                              | 0,06            |
| 6         | 2         | 0,06                  | 0,03        | 0,449        | -0,03                             | 0,14            |
|           | 3         | -0,04                 | 0,02        | 0,286        | -0,09                             | 0,01            |
|           | 4         | 0,01                  | 0,01        | 0,999        | -0,02                             | 0,04            |

|   |   |        |      |              |       |      |
|---|---|--------|------|--------------|-------|------|
|   | 5 | -0,01  | 0,01 | 0,937        | -0,04 | 0,02 |
|   | 7 | 0,02   | 0,01 | 0,237        | 0,00  | 0,04 |
|   | 2 | 0,04   | 0,03 | 0,944        | -0,05 | 0,13 |
|   | 3 | -0,06  | 0,02 | 0,053        | -0,11 | 0,00 |
| 7 | 4 | -0,01  | 0,01 | 0,999        | -0,04 | 0,02 |
|   | 5 | -0,03* | 0,01 | <b>0,026</b> | -0,06 | 0,00 |
|   | 6 | -0,02  | 0,01 | 0,237        | -0,04 | 0,00 |

Fonte: Autoria própria.

\*: A diferença média é significativa ao nível de  $p < 0,05$ .

a: Teste de *Sidak* ajustado para comparações múltiplas.

Na Tabela 12, é possível observar que a entropia de permutação condicional apresenta diferenças significativas ( $p < 0,05$ ), feitos os ajustes para comparações múltiplas pelo teste de Sidack, intra sujeitos somente em relação aos pares de *delays* (2,3) e (5,7). Desta forma os resultados confirmam as evidências já apresentadas no efeito principal dos *delays*.

A Tabela 13 apresenta o teste *Post-Hoc* de *Sidak* para as comparações por pares. Ela, compara as dimensões uma com as outras para entropia de permutação condicional, mas não separados por *delays* e complementa a interpretação e localização das diferenças entre as dimensões apresentadas na Tabela 10 que avalia o efeito principal.

Analisando o teste *Post-Hoc* de *Sidak* para os ajustes de comparações múltiplas, é possível perceber que os *valores-p* para comparações das dimensões entre sujeitos foram menores que o nível de significância pré-estabelecido de 5%, nas seguintes paridades das dimensões entre sujeitos, (3, 4), (3, 5), (4, 6) e (5, 6), ou seja, há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese de igualdade das dimensões nesses pares.

Tabela 13 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas inter sujeitos

| (I)<br>Dimensão | (J)<br>Dimensão | Diferença<br>média(I-J) | Erro<br>Padrão | Valor- p*    | IC95% para diferença <sup>a</sup> |                    |
|-----------------|-----------------|-------------------------|----------------|--------------|-----------------------------------|--------------------|
|                 |                 |                         |                |              | Limite<br>Inferior                | Limite<br>superior |
|                 | 4               | -0,99*                  | 0,10           | <b>0,000</b> | -1,26                             | -0,72              |
| 3               | 5               | -1,04*                  | 0,10           | <b>0,000</b> | -1,32                             | -0,77              |
|                 | 6               | 0,14                    | 0,10           | 0,623        | -0,13                             | 0,41               |

|   |   |        |      |              |       |       |
|---|---|--------|------|--------------|-------|-------|
| 4 | 3 | 0,99*  | 0,10 | <b>0,000</b> | 0,72  | 1,26  |
|   | 5 | -0,05  | 0,10 | 0,995        | -0,32 | 0,22  |
|   | 6 | 1,14*  | 0,10 | <b>0,000</b> | 0,86  | 1,41  |
| 5 | 3 | 1,04*  | 0,10 | <b>0,000</b> | 0,77  | 1,32  |
|   | 4 | 0,05   | 0,10 | 0,995        | -0,22 | 0,32  |
|   | 6 | 1,19*  | 0,10 | <b>0,000</b> | 0,92  | 1,46  |
| 6 | 3 | -0,14  | 0,10 | 0,623        | -0,41 | 0,13  |
|   | 4 | -1,14* | 0,10 | <b>0,000</b> | -1,41 | -0,86 |
|   | 5 | -1,19* | 0,10 | <b>0,000</b> | -1,46 | -0,92 |

Fonte: Autoria própria.

\*: A diferença média é significativa ao nível de  $p < 0,05$ .

a: Teste de *Sidak* ajustado para comparações múltiplas.

Deste modo, foram confirmadas as evidências já obtidas de que há efeito das dimensões nas medidas de entropias de permutação condicional, e em função disso há uma variação nas médias, conforme será apresentado na Figura 22.

Para analisar o comportamento da interação Dimensão\**Delay* é apresentado a Tabela 14, das médias marginais estimadas, erro padrão da média e intervalo de confiança (IC 95%). Analisando o teste *Post-Hoc* de *Sidak* para os ajustes de comparações múltiplas, é possível perceber que os *valores-p* para comparações das dimensões entre sujeitos foram menores que o nível de significância pré-estabelecido de 5%, nas seguintes paridades das dimensões entre sujeitos, (3, 4), (3, 5), (4, 6) e (5, 6), ou seja, há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese de igualdade das dimensões nesses pares.

Tabela 14 - Médias marginais estimadas da entropia de Permutação Condicional para interação Dimensão\**Delay* com ajuste de *Sidak* para comparações múltiplas

| Dimensão | Delay | Médias | Erro Padrão | IC95% para médias |                 |
|----------|-------|--------|-------------|-------------------|-----------------|
|          |       |        |             | Limite Inferior   | Limite superior |
| 3,00     | 2     | 1,51   | 0,10        | 1,31              | 1,70            |
|          | 3     | 1,55   | 0,08        | 1,39              | 1,70            |
|          | 4     | 1,51   | 0,07        | 1,37              | 1,64            |
|          | 5     | 1,55   | 0,06        | 1,43              | 1,68            |
|          | 6     | 1,54   | 0,07        | 1,40              | 1,67            |

|      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|
|      | 7    | 1,52 | 0,07 | 1,39 | 1,66 |
| 4,00 | 2    | 2,37 | 0,10 | 2,18 | 2,56 |
|      | 3    | 2,56 | 0,08 | 2,40 | 2,71 |
|      | 4    | 2,51 | 0,07 | 2,38 | 2,64 |
|      | 5    | 2,57 | 0,06 | 2,45 | 2,70 |
|      | 6    | 2,57 | 0,07 | 2,43 | 2,71 |
|      | 7    | 2,55 | 0,07 | 2,42 | 2,68 |
|      | 5,00 | 2    | 2,47 | 0,10 | 2,27 |
| 3    |      | 2,62 | 0,08 | 2,47 | 2,78 |
| 4    |      | 2,58 | 0,07 | 2,44 | 2,71 |
| 5    |      | 2,60 | 0,06 | 2,47 | 2,72 |
| 6    |      | 2,60 | 0,07 | 2,46 | 2,73 |
| 7    |      | 2,58 | 0,07 | 2,45 | 2,71 |
| 6,00 |      | 2    | 1,46 | 0,10 | 1,26 |
|      | 3    | 1,46 | 0,08 | 1,30 | 1,62 |
|      | 4    | 1,40 | 0,07 | 1,27 | 1,53 |
|      | 5    | 1,36 | 0,06 | 1,23 | 1,48 |
|      | 6    | 1,33 | 0,07 | 1,19 | 1,46 |
|      | 7    | 1,31 | 0,07 | 1,17 | 1,44 |

Fonte: Autoria própria.

Ao analisar os IC 95% foi observado diferenças estatisticamente significativas entre os delays quando divididos por dimensões, o que é confirmado pelo valor de “p” para interação ( $p = 0,001$ ). Os IC mostram que não existem variações significativas entre nenhum dos delays quando considerado a dimensão 3. Já para a dimensão 4, quando comparado o *delay* 2, só não foi observado aumento significativo com o *delay* 4; porém entre os delays 4 e 5 apresentou aumento significativo da dimensão. Pela análise dos IC, houve aumento significativo na dimensão 5 apenas entre os delays 2 e 3. Observou redução significativa na dimensão 6 do *delay* 3 para 6 e 7 assim como, entre os delays 4 com 6 e 4 com 7. Este comportamento pode ser mais bem observado no gráfico de linhas. A seguir é apresentado uma sequência de 2 tabelas da Análise de Variância (ANOVA) mista de dois fatores com medidas repetidas para interação Dimensão x *Delay*, sendo, 4 dimensões e 6 *delays*.

Tabela 15 - Testes Univariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão\*Delay

|   | <i>Delay</i> | SQ    | GI    | QM   | F       | <i>Valor-p*</i> |
|---|--------------|-------|-------|------|---------|-----------------|
| 2 | Contraste    | 8,86  | 3,00  | 2,95 | 32,521  | <b>0,000</b>    |
|   | Erro         | 3,27  | 36,00 | 0,09 |         |                 |
| 3 | Contraste    | 11,85 | 3,00  | 3,95 | 66,271  | <b>0,000</b>    |
|   | Erro         | 2,15  | 36,00 | 0,06 |         |                 |
| 4 | Contraste    | 11,92 | 3,00  | 3,97 | 93,802  | <b>0,000</b>    |
|   | Erro         | 1,53  | 36,00 | 0,04 |         |                 |
| 5 | Contraste    | 12,97 | 3,00  | 4,32 | 113,467 | <b>0,000</b>    |
|   | Erro         | 1,37  | 36,00 | 0,04 |         |                 |
| 6 | Contraste    | 13,48 | 3,00  | 4,49 | 98,450  | <b>0,000</b>    |
|   | Erro         | 1,64  | 36,00 | 0,05 |         |                 |
| 7 | Contraste    | 13,47 | 3,00  | 4,49 | 102,834 | <b>0,000</b>    |
|   | Erro         | 1,57  | 36,00 | 0,04 |         |                 |

Fonte: Autoria própria.

Nota: SQ (Soma dos quadrados); gl (Graus de liberdade); QM (Quadrados médios); *Valor-F* (Estatística F); *Valor-p* (Nível de significância).

\*: Significante para  $p < 0,001$ .

Cada *valor-F* testa os efeitos simples da Dimensão dentro de cada combinação de nível dos outros efeitos mostrados. Esses testes são baseados em comparações de pares linearmente independentes entre as médias marginais estimadas.

A comparação entre cada dimensão e cada *delay*, mostrou que existe diferença significativa ( $p < 0,05$ ) em todas elas, para médias marginais estimadas da entropia de permutação condicional. Da mesma forma, é evidenciado pela análise dos ajustes para comparações múltiplas pelo teste de *Sidak*, com base nas médias marginais estimadas, quando fixado o *delay* e comparado cada dimensão com as demais, a diferença média é significativa ao nível de 5% e só não foram observadas diferenças estatisticamente significativas nas medidas de entropia de permutação condicional nos pares de dimensões (3, 4), (3, 5), (4, 6) e (5, 6), confirmando o resultado já apresentado na Tabela 13.

A seguir, é apresentada a Tabela 16 dos testes multivariados, que se baseiam em comparações de pares linearmente independentes entre as médias marginais

estimadas que compara cada *delay* para cada dimensão na entropia de permutação condicional.

Tabela 16 - Testes Multivariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão\*Delay

|   | <b>Dimensão</b>        | <b>Valor</b> | <b>Valor-F</b> | <b>Hipótese(gl)</b> | <b>Erro(gl)</b> | <b>Valor-p</b> |
|---|------------------------|--------------|----------------|---------------------|-----------------|----------------|
| 3 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,766        | 1,956          | 5                   | 32              | 0,112          |
| 4 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,455        | 7,673          | 5                   | 32              | <b>0,000</b>   |
| 5 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,590        | 4,439          | 5                   | 32              | <b>0,003</b>   |
| 6 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,480        | 6,921          | 5                   | 32              | <b>0,000</b>   |

Fonte: Autoria própria.

Nota: Valor (Autovalores); *Valor-F* (Estatística F); Hipótese(gl) (Hipóteses para graus de liberdade); Erro(gl) (Erro para graus de liberdade); *Valor-p* (Nível de significância).

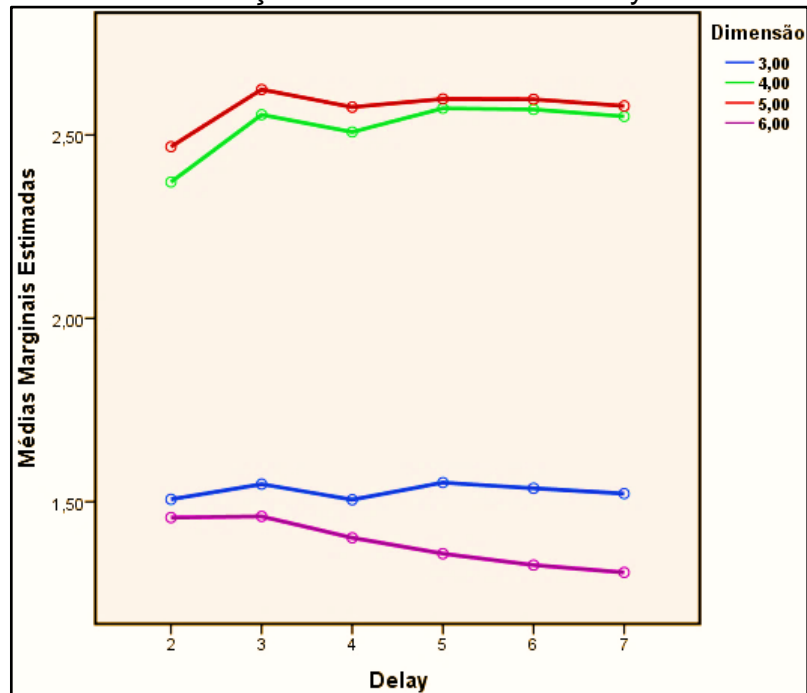
\*: Significante para  $p < 0,001$ .

Cada *valor-F* testa os efeitos simples multivariados de *Delay* dentro de cada combinação de nível dos outros efeitos mostrados. Na Tabela 16, é possível perceber que o *valor-p* obtido para a dimensão 3 foi maior que o nível de significância pré-fixado de 5%, ou seja, não há evidência estatística suficiente para rejeitar a hipótese de igualdade de efeito na comparação par-a-par dos *delays* quando fixado as dimensões. Já os *valores-p* para as dimensões 4, 5 e 6 foram inferiores a 0,05, assim, rejeita-se a hipótese de igualdade de efeito na comparação par-a-par dos *delays* quando fixados as dimensões. Desta forma os resultados confirmam as evidências já apresentadas de que há efeito dos *delays* nas dimensões.

Analisado os ajustes para comparações múltiplas pelo teste de *Sidak*, com base nas médias marginais estimadas, quando fixada a dimensão e comparado cada *delay* com os demais, a diferença média é significativa ao nível de 5%, fixando a dimensão 4 e comparando o *delay* 2 com o 3, 5, 6 e o 7 e na comparação dos *delays* 4 e 5; a dimensão 5, apresentou diferenças significativas somente quando comparados aos *delays* 2 e 3. Quando fixado a dimensão 6, observamos diferenças significativas comparando o *delay* 3 com o 6 e o 7 e na comparação do *delay* 4 com o 6 e o 7.

A seguir é apresentado o gráfico com as médias marginais estimadas da entropia de permutação condicional para interação entre dimensão e *delay*, em concordância com os resultados anteriores apresentados para os efeitos principais e os testes *Post-Hoc*.

Figura 22- Médias marginais estimadas da entropia de Permutação Condicional para interação entre dimensão e delay



Fonte: Autoria própria

O gráfico das médias das entropias de permutação condicional das dimensões para diferentes delays ignorando quão atraso de tempo a dimensão possui.

As diferenças entre os delays 2 e 3 e entre 4 e 5; para as dimensões 3, 4 e 5 percebe-se um crescimento das médias estimadas das entropias de permutação condicional, mas na dimensão 6 as médias de entropia não mudam nos delays 2 e 3 e decresce de 3 para 4. Entre os delays 3 e 4, percebe-se um pequeno declínio das médias em todas as dimensões. O gráfico, claramente, mostra que as médias nas dimensões das entropias de permutação condicional são muito semelhantes (a linha é mais ou menos reta) entre os delays 5, 6 e 7.

Em geral, essa interação parece sugerir uma similaridade entre as dimensões 4 e 5 assim como, 3 e 6; apresentando ainda maiores médias estimadas entre as dimensões 4 e 5.

### 5.3.3 Entropia global

Os resultados da ANOVA mista (valores de  $F$  e  $p$ ) de dois fatores com medidas repetidas, que avalia o efeito principal das variáveis entre sujeitos, segundo correção de *Greenhouse-Geisser* dos graus de liberdade, assim como a soma dos quadrados, graus de liberdade e quadrados médios estão apresentados na Tabela 17.

Tabela 17 - Efeito entre sujeitos para entropia Global com correção de *Greenhouse-Geisser*

| Parâmetros              | SQ        | GI    | QM        | F       | Valor-p*     |
|-------------------------|-----------|-------|-----------|---------|--------------|
| <b>Delay</b>            | 506,71    | 2,04  | 248,29    | 12,841  | <b>0,000</b> |
| <b>Delay * Dimensão</b> | 510,03    | 6,12  | 83,31     | 4,308   | <b>0,001</b> |
| <b>Dimensão</b>         | 375551,56 | 3     | 125183,85 | 280,912 | <b>0,000</b> |
| <b>Erro (Delay)</b>     | 1420,57   | 73,47 | 19,34     |         |              |
| <b>Erro (Dimensão)</b>  | 16042,84  | 36    | 445,63    |         |              |

Fonte: Autoria própria.

Nota: SQ (Soma dos quadrados); gl (Graus de liberdade); QM (Quadrados médios); F(Estatística F); Valor-p(Nível de significância).

\*: Significante para  $p < 0,05$ .

A análise do efeito principal do *delay*, segundo a correção de *Greenhouse-Geisser*, [ $F(2,04; 73,47) = 12,84, p < 0,01$ ] significando que se ignorarmos a dimensão, o *delay* afeta significativamente a entropia global, ou seja, existe uma diferença entre as medidas de entropia global encontradas para os 6 valores de delays. O mesmo é verificado para o efeito da dimensão, [ $F(3, 36) = 280,91, p < 0,001$ ] esse efeito nos diz que se ignorarmos os *delays*, as médias dos grupos são significativamente diferentes. Os testes multivariados que baseiam-se em comparações de pares linearmente independentes entre as médias marginais estimadas, apresentam [ $F(5, 32) = 6,64, p < 0,001$ ] confirmando que há diferenças significativas das medidas de entropia global para os delays.

A interação entre *delay* e dimensão, considerando a correção de *Greenhouse-Geisser*, [ $F(6,12; 73,47) = 4,31, p < 0,01$ ] ou seja, há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese de ausência de interação, indicando que a maneira como as entropias de permutação condicional foram afetadas pelo *delay* foi diferente entre as

dimensões. Podemos confirmar o resultado da interação pelos testes multivariados,  $[F(15; 88,74) = 2,55, p = 0,003]$ .

Esse efeito nos diz que as medidas de entropias de permutação condicional ao longo das séries nos diversos níveis de *delay* foi indiferente para as 4 dimensões. Para analisar essa interação, contrastes (Tabela 18) foram feitos comparando cada nível de *delay* à dimensão.

Tabela 18 - Teste de contrastes dentre sujeitos para entropia Global

| Parâmetros              | Delay             | SQ     | GI | QM     | F     | Valor-p*     |
|-------------------------|-------------------|--------|----|--------|-------|--------------|
| <b>Delay</b>            | <i>Linear</i>     | 465,97 | 1  | 465,9  | 23,44 | <b>0,000</b> |
|                         | <i>Quadrática</i> | 32,11  | 1  | 32,11  | 7,91  | <b>0,008</b> |
| <b>Delay * Dimensão</b> | <i>Linear</i>     | 488,39 | 3  | 162,80 | 8,19  | <b>0,000</b> |
|                         | <i>Quadrática</i> | 17,14  | 3  | 5,71   | 1,41  | 0,257        |
| <b>Erro (Delay)</b>     | <i>Linear</i>     | 715,58 | 36 | 19,88  |       |              |
|                         | <i>Quadrática</i> | 146,15 | 36 | 4,06   |       |              |

Fonte: Autoria própria.

Nota: SQ (Soma dos quadrados); gl (Graus de liberdade); QM (Quadrados médios); F (Estatística F); Valor-p (Nível de significância).

\*: Significante para  $p < 0,05$ .

Na Tabela 18, teste de contrastes dentre sujeitos, é apresentado o valor de “*p*” (*sig*) para tendência (*p-tendência*) linear e quadrática. Os resultados indicam existir tendência linear e quadrática para o *delay* ( $p < 0,01$ ). Já para interação *Delay* x Dimensão, observamos tendência linear ( $p < 0,01$ ); mas não possui tendência quadrática ( $p > 0,05$ ). Pela observação do gráfico de linhas para as médias é possível observar o comportamento linear para a interação.

A seguir são apresentados os testes *Post-Hoc* para as comparações com ajustes de *Sidack*.

Para complementar a interpretação e localização das diferenças entre os delays apresentado na Tabela 17 que avalia o efeito principal, é recomendado olhar para a Tabela 19 de comparações por pares que realiza o teste *Post-Hoc* de *Sidack* para as comparações par-a-par. A tabela compara os delays uns com os outros para entropia global, mas não separados por dimensão.

Tabela 19 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas  
intra sujeitos para entropia Global

| (I) Delay | (J) Delay | Diferença<br>média (I-J) | Erro<br>Padrão | Valor- p*   | IC95% para diferença <sup>a</sup> |                 |
|-----------|-----------|--------------------------|----------------|-------------|-----------------------------------|-----------------|
|           |           |                          |                |             | Limite<br>Inferior                | Limite superior |
| 2         | 3         | -1,93                    | 0,82           | ,299        | -4,48                             | 0,63            |
|           | 4         | -2,48                    | 0,84           | ,077        | -5,11                             | 0,14            |
|           | 5         | -3,52*                   | 0,78           | <b>,001</b> | -5,95                             | -1,08           |
|           | 6         | -3,90*                   | 0,91           | <b>,002</b> | -6,74                             | -1,05           |
|           | 7         | -4,32*                   | 1,05           | <b>,003</b> | -7,62                             | -1,03           |
| 3         | 2         | 1,93                     | 0,82           | ,299        | -0,63                             | 4,48            |
|           | 4         | -0,56                    | 0,53           | ,995        | -2,20                             | 1,09            |
|           | 5         | -1,59                    | 0,59           | ,153        | -3,45                             | 0,27            |
|           | 6         | -1,97*                   | 0,37           | <b>,000</b> | -3,13                             | -0,80           |
|           | 7         | -2,40*                   | 0,56           | <b>,002</b> | -4,16                             | -0,63           |
| 4         | 2         | 2,48                     | 0,84           | ,077        | -0,14                             | 5,11            |
|           | 3         | 0,56                     | 0,53           | ,995        | -1,09                             | 2,20            |
|           | 5         | -1,03                    | 0,42           | ,235        | -2,33                             | 0,27            |
|           | 6         | -1,41*                   | 0,43           | <b>,036</b> | -2,77                             | -0,05           |
|           | 7         | -1,84*                   | 0,42           | <b>,002</b> | -3,16                             | -0,52           |
| 5         | 2         | 3,52*                    | 0,78           | <b>,001</b> | 1,08                              | 5,95            |
|           | 3         | 1,59                     | 0,59           | ,153        | -0,27                             | 3,45            |
|           | 4         | 1,03                     | 0,42           | ,235        | -0,27                             | 2,33            |
|           | 6         | -0,38                    | 0,36           | ,995        | -1,51                             | 0,75            |
|           | 7         | -0,81                    | 0,43           | ,648        | -2,15                             | 0,53            |
| 6         | 2         | 3,90*                    | 0,91           | <b>,002</b> | 1,05                              | 6,74            |
|           | 3         | 1,97*                    | 0,37           | <b>,000</b> | 0,80                              | 3,13            |
|           | 4         | 1,41*                    | 0,43           | <b>,036</b> | 0,05                              | 2,77            |
|           | 5         | 0,38                     | 0,36           | ,995        | -0,75                             | 1,51            |
|           | 7         | -0,43                    | 0,29           | ,915        | -1,34                             | 0,49            |
| 7         | 2         | 4,32*                    | 1,05           | <b>,003</b> | 1,03                              | 7,62            |
|           | 3         | 2,40*                    | 0,56           | <b>,002</b> | 0,63                              | 4,16            |
|           | 4         | 1,84*                    | 0,42           | <b>,002</b> | 0,52                              | 3,16            |

|   |      |      |      |       |      |
|---|------|------|------|-------|------|
| 5 | 0,81 | 0,43 | ,648 | -0,53 | 2,15 |
| 6 | 0,43 | 0,29 | ,915 | -0,49 | 1,34 |

Fonte: Autoria própria.

\*: A diferença média é significativa ao nível de  $p < 0,05$ .

a: Teste de *Sidak* ajustado para comparações múltiplas.

Na Tabela 19, é possível observar que a entropia global apresenta diferença significativa ( $p < 0,05$ ), feitos os ajustes para comparações múltiplas pelo teste de Sidack, intra sujeitos, quando comparado o *delay* 2 com o 5, 6 e 7, e na comparação dos *delays* 3 e 4 com os *delays* 6 e 7. Estes resultados confirmam as evidências já apresentadas no efeito principal dos *delays*.

A Tabela 20 apresenta o teste *Post-Hoc* de *Sidak* para as comparações por pares. Ela compara as dimensões uma com as outras para entropia global, mas não separados por *delays* e complementa a interpretação e localização das diferenças entre as dimensões apresentada na Tabela 17 que avalia o efeito principal.

Tabela 20 - Teste com Ajuste de Sidak para comparações múltiplas entre sujeitos

| (I)<br>Dimensão | (J)<br>Dimensão | Diferença<br>média(I-J) | Erro<br>Padrão | Valor- p*    | IC95% para diferença <sup>a</sup> |                    |
|-----------------|-----------------|-------------------------|----------------|--------------|-----------------------------------|--------------------|
|                 |                 |                         |                |              | Limite<br>Inferior                | Limite<br>superior |
|                 | 4               | -8,62                   | 3,85           | 0,175        | -19,35                            | 2,10               |
| 3               | 5               | -46,58*                 | 3,85           | <b>0,000</b> | -57,31                            | -35,85             |
|                 | 6               | -100,30*                | 3,85           | <b>0,000</b> | -111,03                           | -89,58             |
|                 | 3               | 8,62                    | 3,85           | 0,175        | -2,10                             | 19,35              |
| 4               | 5               | -37,96*                 | 3,85           | <b>0,000</b> | -48,69                            | -27,23             |
|                 | 6               | -91,68*                 | 3,85           | <b>0,000</b> | -102,41                           | -80,95             |
|                 | 3               | 46,58*                  | 3,85           | <b>0,000</b> | 35,85                             | 57,31              |
| 5               | 4               | 37,96*                  | 3,85           | <b>0,000</b> | 27,23                             | 48,69              |
|                 | 6               | -53,72*                 | 3,85           | <b>0,000</b> | -64,45                            | -42,99             |
|                 | 3               | 100,30*                 | 3,85           | <b>0,000</b> | 89,58                             | 111,03             |
| 6               | 4               | 91,68*                  | 3,85           | <b>0,000</b> | 80,95                             | 102,41             |
|                 | 5               | 53,72*                  | 3,85           | <b>0,000</b> | 42,99                             | 64,45              |

Fonte: Autoria própria.

\*: A diferença média é significativa ao nível de  $p < 0,05$ .

a: Teste de *Sidak* ajustado para comparações múltiplas.

Analisando o teste *Post-Hoc* de *Sidak* para os ajustes de comparações múltiplas, é possível perceber que os *valores-p* para comparações das dimensões entre sujeitos só não foi menor que o nível de significância pré-estabelecido de 5%, quando comparado as dimensões 3 e 4, ou seja, há evidências estatísticas suficientes para rejeitar a hipótese de igualdade das dimensões em todas as paridades das dimensões com exceção deste par. Deste modo, foram confirmadas as evidências já obtidas de que há efeito das dimensões nas medidas de entropias de permutação condicional, e em função disso há uma variação nas médias, conforme será apresentado na Figura 23.

A Tabela 21 apresenta as médias marginais estimadas, erro padrão da média e intervalo de confiança (IC 95%), e serve para analisar o comportamento da interação Dimensão x *Delay*.

Tabela 21 - Médias marginais estimadas da entropia Global para interação Dimensão x *Delay* com ajuste de *Sidak* para comparações múltiplas

| Dimensão | Delay | Médias | Erro Padrão | IC95% para médias |                 |
|----------|-------|--------|-------------|-------------------|-----------------|
|          |       |        |             | Limite Inferior   | Limite superior |
| 3,00     | 2     | 1,28   | 3,19        | -5,19             | 7,75            |
|          | 3     | 1,37   | 2,91        | -4,53             | 7,27            |
|          | 4     | 1,37   | 2,51        | -3,72             | 6,46            |
|          | 5     | 1,43   | 2,83        | -4,31             | 7,17            |
|          | 6     | 1,41   | 2,76        | -4,18             | 7,00            |
|          | 7     | 1,41   | 2,83        | -4,32             | 7,14            |
|          | 4,00  | 2      | 9,22        | 3,19              | 2,75            |
| 3        |       | 10,06  | 2,91        | 4,16              | 15,96           |
| 4        |       | 9,99   | 2,51        | 4,90              | 15,08           |
| 5        |       | 10,29  | 2,83        | 4,55              | 16,03           |
| 6        |       | 10,24  | 2,76        | 4,65              | 15,83           |
| 7        |       | 10,22  | 2,83        | 4,49              | 15,94           |
| 5,00     | 2     | 44,46  | 3,19        | 37,99             | 50,93           |
|          | 3     | 47,31  | 2,91        | 41,41             | 53,21           |
|          | 4     | 47,86  | 2,51        | 42,78             | 52,95           |
|          | 5     | 49,11  | 2,83        | 43,37             | 54,85           |

|      |   |        |      |        |        |
|------|---|--------|------|--------|--------|
|      | 6 | 49,52  | 2,76 | 43,93  | 55,11  |
|      | 7 | 49,50  | 2,83 | 43,77  | 55,23  |
|      | 2 | 95,30  | 3,19 | 88,83  | 101,76 |
|      | 3 | 99,23  | 2,91 | 93,33  | 105,13 |
| 6,00 | 4 | 100,97 | 2,51 | 95,88  | 106,06 |
|      | 5 | 103,49 | 2,83 | 97,76  | 109,23 |
|      | 6 | 104,67 | 2,76 | 99,08  | 110,26 |
|      | 7 | 106,43 | 2,83 | 100,70 | 112,16 |

Fonte: Autoria própria.

Ao analisar os IC 95% foi observado diferenças estatisticamente significativas entre os delays quando divididos por dimensões, o que é confirmado pelo valor de “p” para interação ( $p = 0,001$ ). Os IC mostram que não existem variações significativas entre nenhum dos delays quando considerado a dimensão 3, 4 e 5. Já para a dimensão 6, quando comparado o *delay* 2, só não foi observado aumento significativo com o *delay* 3; já o *delay* 3 apresentou aumento significativo em comparação com o 5, 6 e 7; para o *delay* 4, observou aumento significativo em comparação com o 6 e 7; e ainda na dimensão 6, na comparação do *delay* 5 com o 7. Para melhor observar estas variações de comportamento, é apresentado a Figura 26 ao final desta seção.

Observa-se pela Tabela 21 que os resultados não apresentam incerteza no sistema, ou seja, a dinâmica simbólica é estritamente periódica (MCCULLOUGH et al., 2017a) e assim como na entropia de *Shannon*, as médias marginais estimadas para os *delays* crescem conforme aumenta as dimensões de incorporação (YAO, WANG, 2017). A seguir é apresentado uma sequência de 2 tabelas da Análise de Variância (ANOVA) mista de dois fatores com medidas repetidas para interação Dimensão x *Delay*, sendo, 4 dimensões e 6 *delays*.

Tabela 22 - Testes Univariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão x *Delay*

|   | <i>Delay</i> | SQ       | gl | QM       | F       | Valor-p*     |
|---|--------------|----------|----|----------|---------|--------------|
| 2 | Contraste    | 55004,88 | 3  | 18334,96 | 180,212 | <b>0,000</b> |
|   | Erro         | 3662,68  | 36 | 101,74   |         |              |
| 3 | Contraste    | 59488,35 | 3  | 19829,45 | 234,419 | <b>0,000</b> |

|   |           |          |    |          |         |              |
|---|-----------|----------|----|----------|---------|--------------|
|   | Erro      | 3045,24  | 36 | 84,59    |         |              |
| 4 | Contraste | 61723,06 | 3  | 20574,35 | 327,056 | <b>0,000</b> |
|   | Erro      | 2264,68  | 36 | 62,91    |         |              |
| 5 | Contraste | 64802,03 | 3  | 21600,68 | 269,755 | <b>0,000</b> |
|   | Erro      | 2882,71  | 36 | 80,08    |         |              |
| 6 | Contraste | 66391,97 | 3  | 22130,66 | 291,297 | <b>0,000</b> |
|   | Erro      | 2735,03  | 36 | 75,97    |         |              |
| 7 | Contraste | 68651,31 | 3  | 22883,77 | 286,736 | <b>0,000</b> |
|   | Erro      | 2873,08  | 36 | 79,81    |         |              |

Fonte: Autoria própria.

Nota: SQ (Soma dos quadrados); gl (Graus de liberdade); QM (Quadrados médios); *Valor-F* (Estatística F); *Valor-p* (Nível de significância).\*: Significante para  $p < 0,001$ .

Cada *valor-F* testa os efeitos simples da Dimensão dentro de cada combinação de nível dos outros efeitos mostrados. Esses testes são baseados em comparações de pares linearmente independentes entre as médias marginais estimadas.

A comparação entre cada dimensão e cada *delay*, mostrou que existe diferença significativa ( $p < 0,05$ ) em todas elas, para médias marginais estimadas da entropia global. Da mesma forma, é evidenciado pela análise dos ajustes para comparações múltiplas pelo teste de *Sidak*, com base nas médias marginais estimadas, quando fixado o *delay* e comparado cada dimensão com as demais, a diferença média é significativa ao nível de 5% e só não foram observadas diferenças estatisticamente significativas nas medidas de entropia global, quando comparado cada *delay* ao par de dimensão (3, 4), confirmando o resultado já apresentado na Tabela 20.

A seguir é apresentada a Tabela 23 dos testes multivariados, que se baseiam em comparações de pares linearmente independentes entre as médias marginais estimadas que compara cada *delay* para cada dimensão na entropia de permutação condicional.

Tabela 23 - Testes Multivariados para Análise de Variância (ANOVA) mista para interação Dimensão x Delay

|   | Dimensão               | Valor | <i>Valor-F</i> | Hipótese(gl) | Erro(gl) | <i>Valor-p</i> |
|---|------------------------|-------|----------------|--------------|----------|----------------|
| 3 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,999 | 0,003          | 5            | 32       | 1,000          |

|   |                        |       |        |   |    |              |
|---|------------------------|-------|--------|---|----|--------------|
| 4 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,973 | 0,179  | 5 | 32 | 0,969        |
| 5 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,703 | 2,708  | 5 | 32 | <b>0,038</b> |
| 6 | <i>Lambda de Wilks</i> | 0,322 | 13,505 | 5 | 32 | <b>0,000</b> |

Fonte: Autoria própria.

Nota: Valor (Autovalores); *Valor-F* (Estatística F); Hipótese(gl) (Hipóteses para graus de liberdade); Erro(gl) (Erro para graus de liberdade); *Valor-p* (Nível de significância).

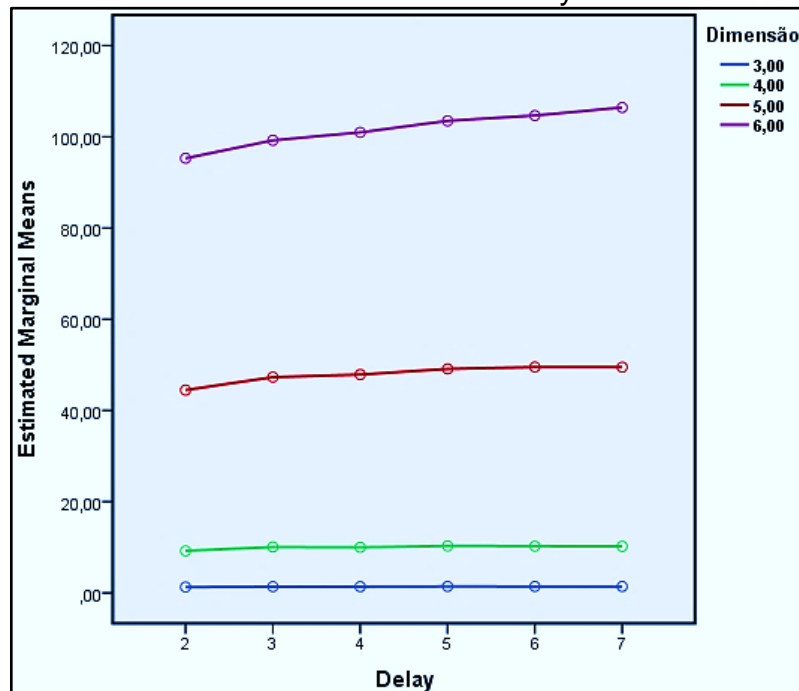
\*: Significante para  $p < 0,001$ .

Cada *valor-F* testa os efeitos simples multivariados de *Delay* dentro de cada combinação de nível dos outros efeitos mostrados. Na Tabela 23, é possível perceber que o *valor-p* obtido para as dimensões 3 e 4 foram maiores que o nível de significância pré-fixado de 5%, ou seja, não há evidência estatística suficiente para rejeitar a hipótese de igualdade de efeito na comparação par-a-par dos *delays* quando fixado as dimensões. Já os *valores-p* para as dimensões 5 e 6 foram inferiores a 0,05, assim, rejeita-se a hipótese de igualdade de efeito na comparação par-a-par dos *delays* quando fixados as dimensões. Diante dos resultados, confirmam as evidências já apresentadas de que há efeito dos *delays* nas dimensões.

Analisado os ajustes para comparações múltiplas pelo teste de *Sidak*, com base nas médias marginais estimadas, quando fixada a dimensão e comparado cada *delay* com os demais, a diferença média é significativa ao nível de 5%, somente quando fixado a dimensão 6 e comparando os pares de *delays* 2 com 4, 5, 6 e o 7; na comparação dos *delays* 2 com 5, 6 e 7; observou diferenças significativas comparando também o *delay* 4 com o 6 e o 7 assim como, na comparação do *delay* 4 com o 7.

A figura 23, em anuência aos resultados anteriores observados para os efeitos principais e os testes *Post-Hoc*, apresentando as médias marginais estimadas da entropia global para interação entre dimensão e *delay*.

Figura 23 - Médias marginais estimadas da entropia Global para interação entre dimensão e delay



Fonte: Autoria própria

Gráfico das médias marginais estimadas para entropia global, desconsiderando diferentes atrasos de tempo nas dimensões.

O gráfico, claramente mostra uma tendência linear entre os delays e interação *Delay x Dimensão*. Observa-se ainda, que as médias nas dimensões 3, 4 e 5 das entropias globais são muito semelhantes (a linha é mais ou menos reta) entre os *delays*. Na dimensão 6, percebe-se um crescimento das médias estimadas das entropias globais do *delay* 2 para os *delays* 4, 5, 6 e 7, e entre o *delay* 3 com os *delays* 5, 6 e 7; aumento observado também, do *delay* 4 para o 6 e o 7 e ainda, entre o 5 e 7. Quando observado individualmente cada *delay* e comparado com as dimensões (Tabela 20), só não foram constatadas diferenças estatisticamente significativas ao nível de 5% para as médias marginais estimadas, entre as dimensões 3 e 4. Da mesma forma que observado na entropia de *Shannon*, os seguimentos reconstruídos (figura 23) aparecem em ordem crescente de dimensão (YAO, WANG, 2017) conforme as médias estimadas para os *delays* e sem incertezas no sistema (MCCULLOUGH et al., 2017a).

Verifica-se que nas três medidas de entropias, observando a informação mútua em função do atraso, a partir do quinto *delay* a curva das médias marginais estimadas

é muito plana nesse intervalo. Logo, segundo Wallot e Monster (2018) devemos considerar o menor valor de  $\tau$  para minimizar a informação mútua que pode confinar relações não lineares nos dados (FIEDOR, 2014; BEKIROS et al., 2016). Estudos recentes (SANTOS et al., 2016, 2022) confirmaram importantes vantagens dos métodos de análise não linear em relação aos métodos lineares, tradicionalmente aplicados em análises de parâmetros clínicos, entre estas vantagens podemos citar relevantes parâmetros, dos complexos sinais biológicos, como escala e propriedades de correlação não linear.

Observa-se na literatura uma limitação nas análises de redes ordinais, uma vez que há dissipação do processo de mapeamento ou invidência de alguns tipos de sinais (AMIGÓ, 2010; PALITZ et al., 2012). Mccullough et al. (2017a) pontuam que para diminuir as degenerações, as dimensões precisam ser grandes o suficiente sem, entretanto, inviabilizar a análise computacional ou aumentar demasiadamente os ruídos nos sinais.

Optamos neste trabalho pelo uso de padrões ordinais, que em série temporal possibilita explicar possíveis relações existentes dentro de segmentos curtos de comprimento (FRANK et al., 2006; AMIGÓ, 2010; PALITZ et al., 2012), possuem cálculos acessíveis e são robustos contra ruído (PARLITZ et al., 2012). Neste sentido, verificamos aplicações de padrões ordinais em análise de complexidade (CAO, TUNG, et al., 2004) e classificação (FRANK et al., 2006) de séries temporais, análise das informações dinâmicas do EEG usando a entropia de transferência em várias escalas (YAO, WANG, 2017).

#### **5.3.4 Avaliação dos parâmetros nas medidas de entropia**

Verificou-se que as três medidas de entropias, em todas as dimensões, inicialmente têm um acréscimo do *delay* 2 para o 3 e depois, mudanças de forma não regular, para em seguida apresentar uma regularidade nas entropias. Em relação a variação na dimensão observou-se semelhança para as entropias de *Shannon* e global. Neste caso, dimensão e entropias aumentam de forma diretamente proporcional. Em contrapartida, quando analisamos a entropia de permutação condicional, verifica-se aumento das entropias da dimensão 3 para 5 e queda brusca na dimensão 6.

O crescimento nas medidas de entropias ocorre em função do efeito dos *delays* ou das dimensões; conseqüentemente, a leitura dos sinais não apresenta grupos de símbolos com maiores possibilidades de ocorrência em detrimento dos outros. As comparações entre os parâmetros estabelecidos revelam que os padrões ordinais amostrados com o atraso de tempo são métodos favoráveis para uma satisfatória classificação.

Diante dos resultados, observa-se que, para avaliar a variação dos intervalos RR de séries temporais em indivíduos com diferentes patologias, as medidas de entropia apresentam-se como importante ferramenta de mensuração. A eficácia destas entropias na diferenciação de perfis biológicos, usando metodologia similar, foi recentemente demonstrada por Santos et al. (2022) ao aplicá-las com variações de dimensão e delay na modelagem de redes complexas, demonstrando a robustez da análise não linear para diferenciação de sinais de recém-nascidos prematuros e a termo.

Além dos resultados preliminares relativos aos modelos estatísticos da análise e transformação das séries temporais em redes complexas, por meio do mapeamento para redes ordinais e determinação de indicadores de diferenciação na série a partir dos parâmetros  $m$  e  $\tau$ , apresentados nesta primeira versão da tese, temos como perspectiva a realização de uma investigação mais detalhada com dois conjuntos de séries de classes de indivíduos diferentes fazendo uso do mesmo algoritmo para comparar e verificar, com significância e confiabilidade, se a ferramenta possibilita a classificação desses indivíduos. Outra possibilidade seria a transformação de dados de maior dimensão em redes complexas, estendendo o método de redes ordinais, possibilitando a caracterização a partir do comportamento do sistema. Na próxima etapa aplicamos os parâmetros a todos os quantificadores da rede para avaliarmos sua eficácia na diferenciação dos indivíduos saudáveis de indivíduos coronariopatas.

#### 5.4 DIFERENCIAÇÃO DE INDIVÍDUOS SAUDÁVEIS E CORONARIOPATAS CONFORME OS QUANTIFICADORES DA REDE

Nesta seção, os mesmos parâmetros de mapeamento das séries temporais em redes complexas, *delays*, no intervalo de tempo  $2 \leq \tau \leq 7$  e dimensões  $3 \leq m \leq 6$  foram aplicados em todos os quantificadores da rede. Segundo Bruni et al. (2009), o objetivo

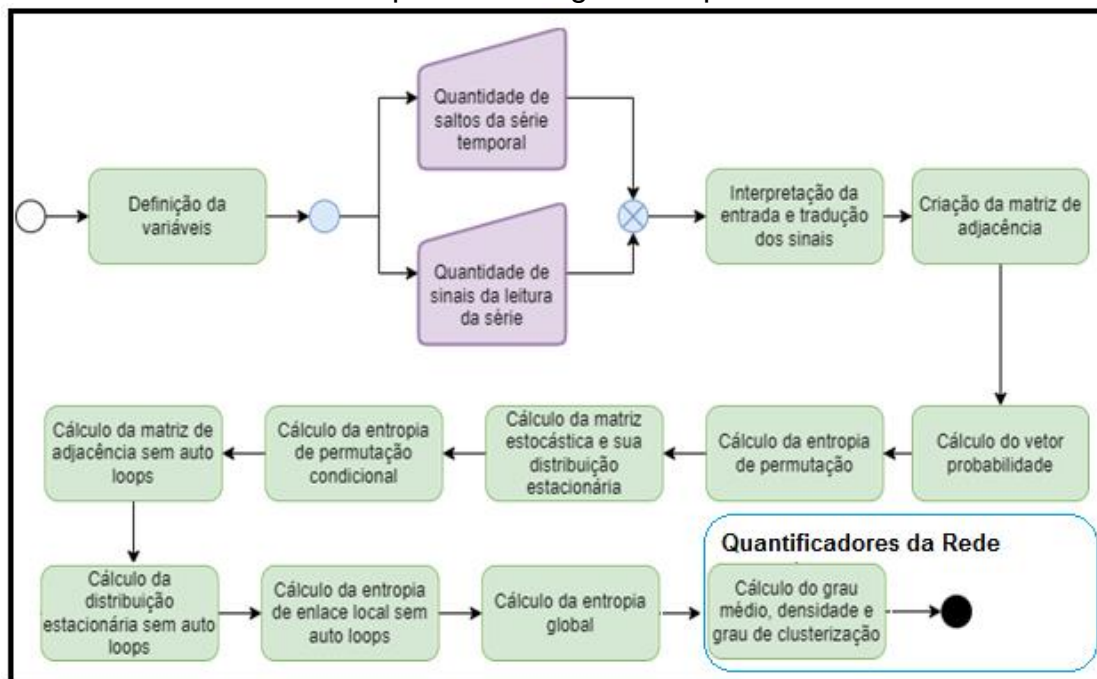
do teste de hipótese é analisar a confiabilidade de determinada suposição dentro do campo amostral para ser aceito dentro do campo populacional.

Primeiramente realizou-se os testes de normalidades para as distribuições. Nas distribuições gaussianas, aplicou-se o teste *t-Student* e nas distribuições não gaussianas o teste aplicado foi o de *Mann-Whitney*. Os resultados do teste de *Mann-Whitney* avaliam a hipótese nula de duas amostras independentes terem sido extraídas de populações com médias iguais.

#### 5.4.1 Fluxograma com inclusão dos quantificadores da rede para diferenciação dos cardiopatas

Com avaliação das características individuais para cada quantificador da rede, considerando os parâmetros de dimensão e delay, o algoritmo inicial foi incrementado com novas funções conforme fluxograma apresentados abaixo (figura 24):

Figura 24 - Fluxograma com inclusão dos quantificadores que representa de modo simplificado o algoritmo apresentado



Fonte: Autoria própria.

De forma inicial, para o cálculo dos resultados, como entrada temos as séries de dados, a quantidade de saltos ( $\tau$ ) que o algoritmo irá trabalhar e quantidade de sinais de leitura da série trabalhada ( $m$ ). Após receber estes dados, deve ser feita a leitura de sinais, respeitando os valores de “ $m$ ” e “ $\tau$ ” repassados, esta leitura gera a

lista de símbolos. Com base na lista de símbolos é montada a matriz de adjacência, permitindo o cálculo das variáveis utilizadas no presente trabalho: entropia de permutação (*Shannon*) e entropia de permutação condicional; utilizando a matriz de adjacência estocástica é realizado o cálculo das métricas estatísticas relatadas: quantidade de arestas, grau médio, densidade e coeficiente de clusterização global. Também foi calculado os valores das entropias de enlace local sem auto *loop* e a entropia global da rede obtida após a análise da lista de símbolos.

#### 5.4.2 Aplicação da entropia de *Shannon*

Tabela 24 apresenta as comparações estatísticas intragrupo entre as médias da entropia de *Shannon* para diferentes parâmetros de  $m$  e  $\tau$  considerando séries temporais de intervalos RR dos grupos de indivíduos saudáveis e coronariopatas que apontam os indivíduos saudáveis com médias maiores quando comparados aos coronariopatas, mas com menor coeficiente de variação percentual, ou seja, distribuição mais homogênea.

Tabela 24—Valor de significância  $p$  das comparações estatísticas das entropias de *Shannon* entre indivíduos saudáveis e coronariopatas

| Variável  | Condição de Saúde | Dimensão     |       |              |       |              |       |              |        |
|-----------|-------------------|--------------|-------|--------------|-------|--------------|-------|--------------|--------|
|           |                   | m = 3        |       | m = 4        |       | m = 5        |       | m = 6        |        |
|           |                   | $\bar{x}(s)$ | $p$   | $\bar{x}(s)$ | $p$   | $\bar{x}(s)$ | $p$   | $\bar{x}(s)$ | $P$    |
| EnShan_t2 | Saudável          | 1,761(0,042) | 0,337 | 3,065(0,116) | 0,473 | 4,478(0,359) | 0,482 | 5,837(0,352) | 0,330  |
|           | Coronariopata     | 1,758(0,040) |       | 3,053(0,110) |       | 4,560(0,415) |       | 5,740(0,385) |        |
| EnShan_t3 | Saudável          | 1,755(0,039) | 0,056 | 3,062(0,101) | 0,047 | 4,524(0,183) | 0,031 | 5,870(0,246) | 0,011  |
|           | Coronariopata     | 1,735(0,044) |       | 3,004(0,111) |       | 4,411(0,199) |       | 5,694(0,269) |        |
| EnShan_t4 | Saudável          | 1,769(0,026) | 0,239 | 3,102(0,073) | 0,091 | 4,600(0,134) | 0,027 | 5,967(0,183) | 0,093  |
|           | Coronariopata     | 1,756(0,036) |       | 3,060(0,092) |       | 4,509(0,167) |       | 5,849(0,237) |        |
| EnShan_t5 | Saudável          | 1,774(0,019) | 0,181 | 3,121(0,052) | 0,107 | 4,636(0,098) | 0,086 | 6,021(0,129) | 0,060  |
|           | Coronariopata     | 1,761(0,030) |       | 3,078(0,084) |       | 4,547(0,161) |       | 5,880(0,232) |        |
| EnShan_t6 | Saudável          | 1,778(0,013) | 0,019 | 3,126(0,041) | 0,034 | 4,640(0,080) | 0,038 | 6,019(0,118) | 0,024* |
|           | Coronariopata     | 1,763(0,023) |       | 3,083(0,064) |       | 4,559(0,128) |       | 5,905(0,182) |        |
| EnShan_t7 | Saudável          | 1,782(0,100) | 0,172 | 3,140(0,031) | 0,050 | 4,667(0,058) | 0,022 | 6,054(0,089) | 0,012  |
|           | Coronariopata     | 1,775(0,018) |       | 3,115(0,050) |       | 4,611(0,103) |       | 5,953(0,155) |        |

Fonte: Autoria própria.

Nota:  $\bar{x}$  (Média);  $s$  (Desvio padrão); *Valor-p* (Nível de significância).

\*teste *t de Student*

Na análise é possível observar o crescimento das médias nos *delay* conforme as dimensões aumentam. Essa diferença foi significativa  $p < 0,05$ , o que suporta a rejeição da hipótese nula; concluímos assim, pelos testes efetuados que existe diferença entre as entropias de *Shannon* para  $m = 3$  e  $\tau = 6$ ,  $m = 4$  e  $\tau = 3$  e  $6$ ,  $m = 5$  e

$\tau = 3, 4, 6$  e  $7, m = 6$  e  $\tau = 3, 6$  e  $7$ , em função da condição de saúde, ou seja, a entropia de *Shannon* para estes parâmetros é influenciada pela condição de saúde. Podemos observar nas diferenças significativas maior tamanho de efeito  $r = -0,40$ , para  $m = 6$  em  $\tau = 5$  e  $7$ , representado um efeito médio segundo classificação de (COHEN, 1992). Quando observado uma comparação entre os grupos por dimensão, percebemos que há diferença estatística ( $p < 0,05$ ) significativa em todas as dimensões para  $\tau = 6$ .

Na entropia de *Shannon*, das 6 possibilidades de comparação intergrupos, a dimensão 5 foi a que apresentou maior quantidade de diferenças significativas (4/6, 66,67%), ou seja, ocorreu 4 resultados dos 6 possíveis. Já a dimensão 6 ocorreu em 3 de 6 (50%). Curiosamente, somente no *delay* 6 houve concordância nas quatro comparações das dimensões, seguido do *delay* 3 com as 3 últimas dimensões. Indicando que as diferenças entre os indivíduos saudáveis e coronariopatas na EnShan são devidas as diferenças nas dimensões e nos *delays*.

#### 5.4.3 Aplicação da entropia de permutação condicional

A EnPC mostrou crescimento das médias nos *delays* da dimensão 3 para 4, diminuindo em seguida até a dimensão 6, Tabela 25. Na comparação intragrupo entre as médias da EnPC para diferentes parâmetros de  $m$  e  $\tau$ , os participantes apresentaram em média maior entropia de permutação condicional para os indivíduos saudáveis.

Tabela 25- Valor de significância  $p$  das comparações estatísticas das entropias de permutação condicional entre indivíduos saudáveis e coronariopatas

| Variável | Condição de Saúde | Dimensão     |        |              |        |              |       |              |        |
|----------|-------------------|--------------|--------|--------------|--------|--------------|-------|--------------|--------|
|          |                   | m = 3        |        | m = 4        |        | m = 5        |       | m = 6        |        |
|          |                   | $\bar{x}(s)$ | $p$    | $\bar{x}(s)$ | $p$    | $\bar{x}(s)$ | $p$   | $\bar{x}(s)$ | $P$    |
| EnPC_t2  | Saudável          | 1,527(0,194) | 0,490  | 2,314(0,324) | 0,490  | 2,025(0,178) | 0,465 | 0,981(0,199) | 0,194  |
|          | Coronariopata     | 1,573(0,156) |        | 2,385(0,277) |        | 2,008(0,321) |       | 1,069(0,278) |        |
| EnPC_t3  | Saudável          | 1,564(0,191) | 0,636  | 2,451(0,329) | 0,409  | 2,107(0,154) | 0,839 | 0,979(0,169) | 0,019* |
|          | Coronariopata     | 1,550(0,174) |        | 2,385(0,300) |        | 2,110(0,166) |       | 1,120(0,196) |        |
| EnPC_t4  | Saudável          | 1,522(0,171) | 0,980* | 2,389(0,291) | 0,558* | 2,038(0,119) | 0,797 | 0,886(0,126) | 0,079  |
|          | Coronariopata     | 1,524(0,158) |        | 2,337(0,266) |        | 2,035(0,123) |       | 0,979(0,161) |        |
| EnPC_t5  | Saudável          | 1,558(0,184) | 0,598  | 2,440(0,301) | 0,543  | 2,034(0,106) | 0,735 | 0,835(0,096) | 0,020* |
|          | Coronariopata     | 1,512(0,200) |        | 2,351(0,328) |        | 2,024(0,133) |       | 0,949(0,183) |        |
| EnPC_t6  | Saudável          | 1,553(0,210) | 0,337  | 2,458(0,338) | 0,285  | 2,047(0,135) | 0,695 | 0,833(0,100) | 0,026* |
|          | Coronariopata     | 1,499(0,223) |        | 2,345(0,355) |        | 2,017(0,168) |       | 0,922(0,139) |        |
| EnPC_t7  | Saudável          | 1,539(0,217) | 0,579  | 2,431(0,333) | 0,285  | 2,007(0,128) | 0,598 | 0,791(0,065) | 0,007* |

|               |              |              |              |              |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Coronariopata | 1,493(0,225) | 2,328(0,349) | 1,973(0,155) | 0,868(0,102) |
|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|

Fonte: Autoria própria.

Nota:  $\bar{x}$  (Média);  $s$  (Desvio padrão); *Valor-p* (Nível de significância).

\*teste *t de Student*

Observamos que a variação percentual na distribuição dos saudáveis é mais dispersa para  $m = 3$  e 4 até  $\tau = 4$  e com menor dispersão percentual do  $\tau = 5$  a 7; já para  $m = 5$  e 6, os saudáveis apresentaram menor dispersão em todos os delays. Encontramos diferença estatística significativa  $p < 0,05$  para dimensão 6; concluímos assim, pelos testes efetuados que existe diferença entre as entropias de permutação condicional apenas na dimensão 6 e nos *delays* 3, 5, 6 e 7, em função da condição de saúde, ou seja, a entropia de permutação condicional para estes parâmetros é influenciada pela condição de saúde. Podemos observar nas diferenças significativas maior tamanho de efeito  $r = 0,42$ , para  $m = 6$  em  $\tau = 7$ , representando um efeito médio.

Na entropia de Permutação Condicional das 6 possibilidades de comparação intergrupos, a dimensão 6 foi a única a apresentar diferenças significativas (4/6, 66,67%).

#### 5.4.4 Aplicação da entropia global

Comportamento semelhante ao da EnPC é observado na EnGlob para as médias quando comparamos os indivíduos saudáveis com os coronariopatas. Tabela 26 mostra as comparações estatísticas (*p-valores*) dos quantificadores de entropia global para diferentes valores de  $m$  e  $\tau$ . Os testes estatísticos efetuados, considerou nível de significância bicaudal ( $p < 0,05$ ). Essa diferença foi encontrada apenas para  $m = 5$  no  $\tau = 6$ , com tamanho de efeito  $r = - 0,32$ , e para  $m = 6$  no  $\tau = 3$  com tamanho de efeito  $r = - 0,39$ ; indicando para ambos um efeito médio.

Tabela 26 - Valor de significância  $p$  das comparações estatísticas das entropias globais entre indivíduos saudáveis e coronariopatas

| Variável  | Condição de Saúde | Dimensão     |        |              |        |               |       |               |        |
|-----------|-------------------|--------------|--------|--------------|--------|---------------|-------|---------------|--------|
|           |                   | m = 3        |        | m = 4        |        | m = 5         |       | m = 6         |        |
|           |                   | $\bar{x}(s)$ | $P$    | $\bar{x}(s)$ | $p$    | $\bar{x}(s)$  | $p$   | $\bar{x}(s)$  | $p$    |
| EnGlob_t2 | Saudável          | 1,334(0,224) | 0,148  | 8,932(1,284) | 0,263  | 31,732(7,393) | 0,957 | 40,845(4,469) | 0,387  |
|           | Coronariopata     | 1,412(0,164) |        | 9,292(1,071) |        | 32,684(4,689) |       | 39,881(4,594) |        |
| EnGlob_t3 | Saudável          | 1,411(0,193) | 0,925  | 9,490(1,251) | 0,543  | 33,261(4,913) | 0,091 | 40,780(3,425) | 0,013  |
|           | Coronariopata     | 1,422(0,168) |        | 9,277(1,105) |        | 31,065(4,560) |       | 38,613(3,655) |        |
| EnGlob_t4 | Saudável          | 1,383(0,129) | 0,552* | 9,368(1,070) | 0,725* | 34,309(4,421) | 0,081 | 40,611(3,345) | 0,267  |
|           | Coronariopata     | 1,405(0,104) |        | 9,258(0,891) |        | 32,296(4,580) |       | 39,749(3,755) |        |
| EnGlob_t5 | Saudável          | 1,409(0,131) | 0,922* | 9,564(1,090) | 0,522* | 35,127(4,146) | 0,107 | 40,313(2,123) | 0,193* |
|           | Coronariopata     | 1,405(0,134) |        | 9,335(1,144) |        | 32,800(5,060) |       | 39,160(3,257) |        |
| EnGlob_t6 | Saudável          | 1,422(0,146) | 0,636  | 9,623(1,228) | 0,409  | 35,212(3,774) | 0,041 | 40,008(2,434) | 0,156  |
|           | Coronariopata     | 1,403(0,157) |        | 9,275(1,249) |        | 32,653(4,518) |       | 38,601(3,442) |        |
| EnGlob_t7 | Saudável          | 1,423(0,147) | 0,543  | 9,623(1,118) | 0,331* | 35,247(3,520) | 0,096 | 39,510(2,856) | 0,365  |
|           | Coronariopata     | 1,395(0,147) |        | 9,269(1,156) |        | 33,388(4,266) |       | 38,677(3,569) |        |

Fonte: Autoria própria.

Nota:  $\bar{x}$  (Média);  $s$  (Desvio padrão); Valor- $p$  (Nível de significância).

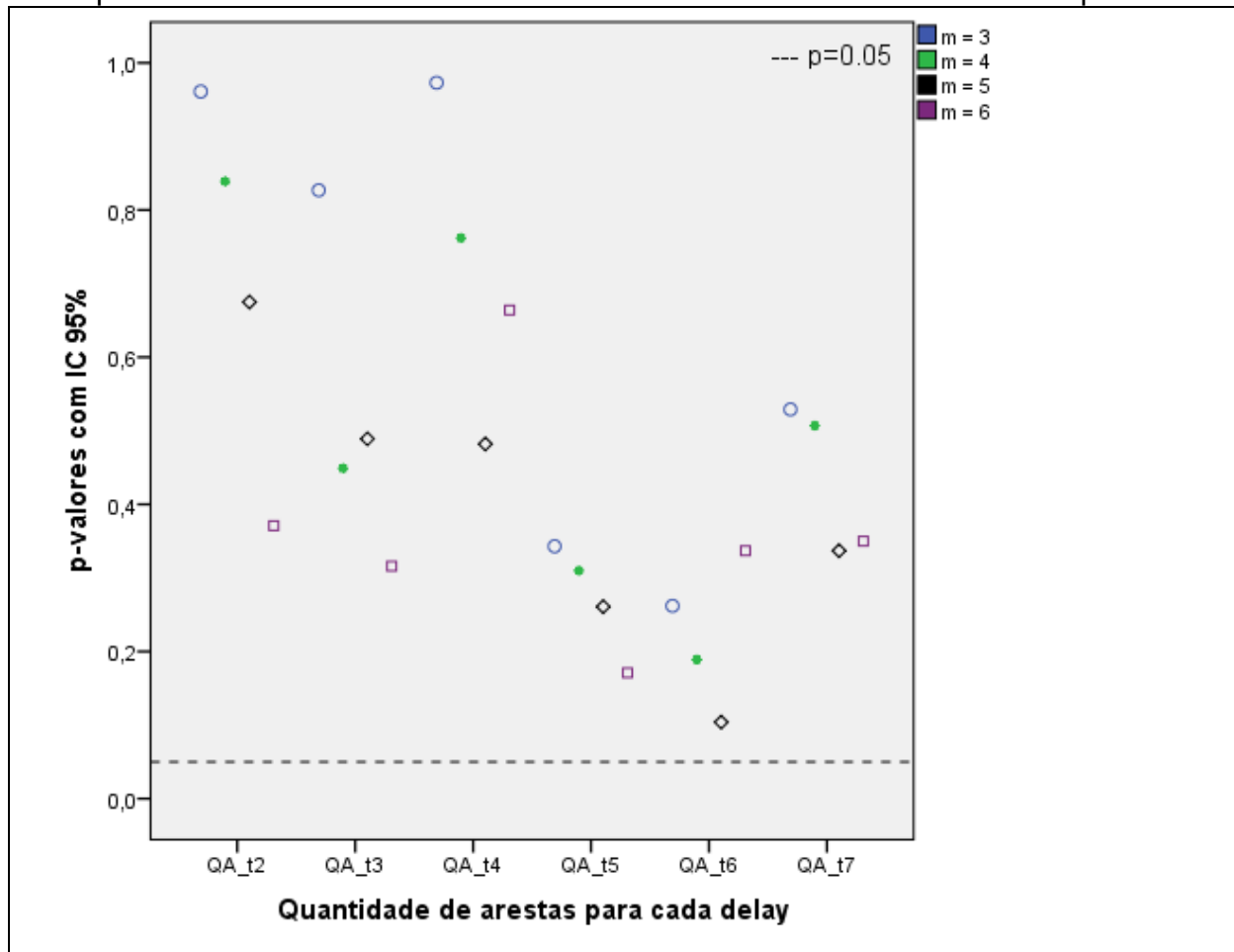
\*teste  $t$  de Student

Percebe-se na série que existe uma relação linear direta entre os valores da dimensão( $m$ ) e as médias das medidas de entropia global ( $\bar{x}$ ). Na comparação intragrupo entre as médias da EnGlob para diferentes parâmetros de  $m$  e  $\tau$ , os participantes apresentaram em média menor EnGlob para os indivíduos saudáveis em  $m = 3$  até  $\tau = 4$  e maior de  $\tau = 5$  a 7; em  $m = 4, 5$  e 6 os saudáveis tiveram maiores médias, comparados aos coronariopatas. Constatamos que a variação percentual na distribuição dos saudáveis é mais dispersa para  $m = 3$  e 4 até  $\tau = 4$  e com menor dispersão percentual do  $\tau = 5$  a 7; para  $m = 5$  os saudáveis estão mais concentrados de  $\tau = 4$  a 7 e para  $m = 6$ , a distribuição dos saudáveis são mais homogêneas em todos os *delays*.

#### 5.4.5 Quantidade de arestas da rede

Figura 25 apresenta os resultados das comparações estatísticas ( $p$ -valores) da condição de saúde dos indivíduos, para a quantidade de aresta (QA) na rede e diferentes parâmetros de  $m$  e  $\tau$  considerando séries temporais de intervalos RR dos grupos de indivíduos saudáveis e coronariopatas.

Figura 25- Valor de significância  $p$  das comparações estatísticas das quantidades de arestas da rede entre indivíduos saudáveis e coronariopatas



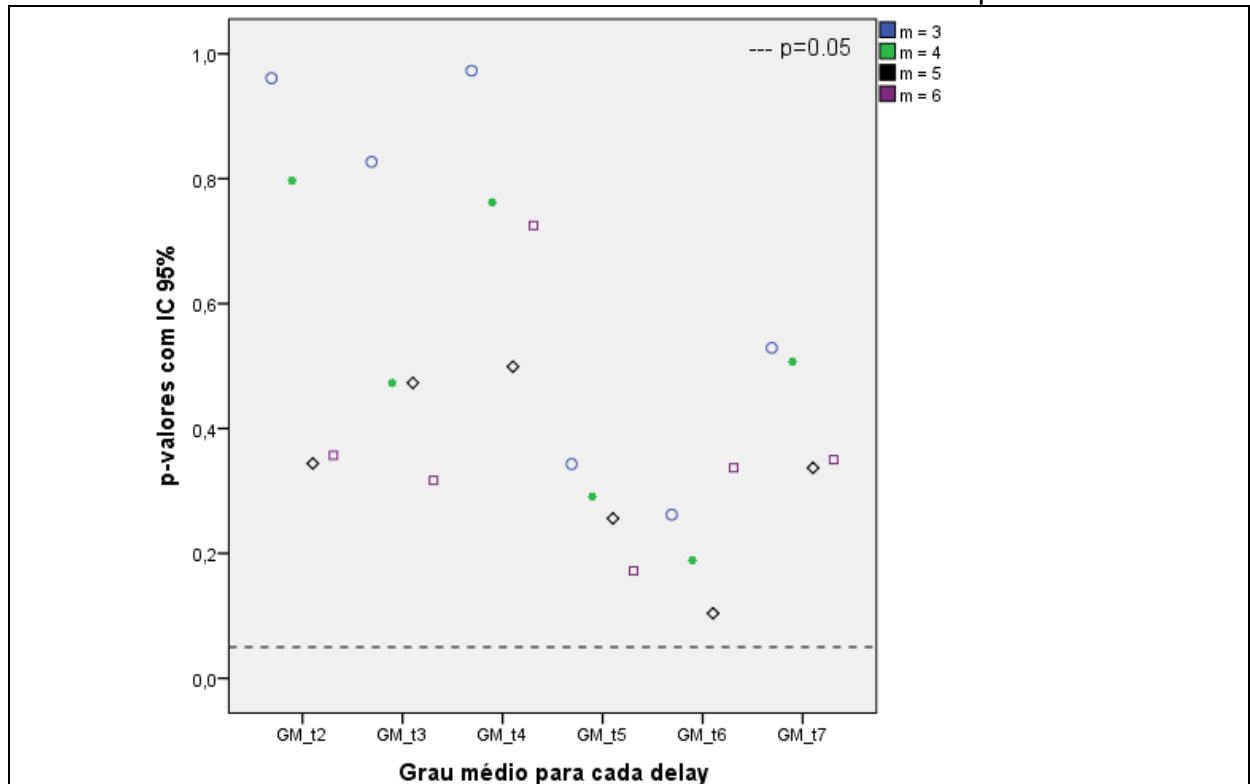
Fonte: Autoria própria.

As médias de QA crescem nos *delays* conforme as dimensões aumentam e os indivíduos saudáveis apresentaram média maior, quando comparados aos coronariopatas. Os testes estatísticos efetuados, considerou nível de significância bicaudal ( $p > 0,05$ ), indicando para aceitar a hipótese nula, ou seja, não é possível supor diferenças significativas, em função do número de arestas para a condição de saúde nos parâmetros estabelecidos. A princípio, as quantidades de arestas na rede não funcionam como um bom indicador para diferenciar indivíduos saudáveis dos coronariopatas já que todos os pontos do gráfico que representam o valor de  $p$  para a quantidade de arestas em relação a cada delay proposto ficaram acima da linha tracejada, ou seja, maior que o  $p$ -valor de 0,05 e por isto não representa significância estatística.

### 5.4.6 Grau médio da rede

Comportamento semelhante ao observado quando comparamos os indivíduos saudáveis com os coronariopatas pelo número de arestas da rede, foi encontrado quando usamos o quantificador do grau médio (GM) da rede (Figura 26).

Figura 26.- Valor de significância  $p$  das comparações estatísticas dos graus médios da rede entre indivíduos saudáveis e coronariopatas



Fonte: Autoria própria.

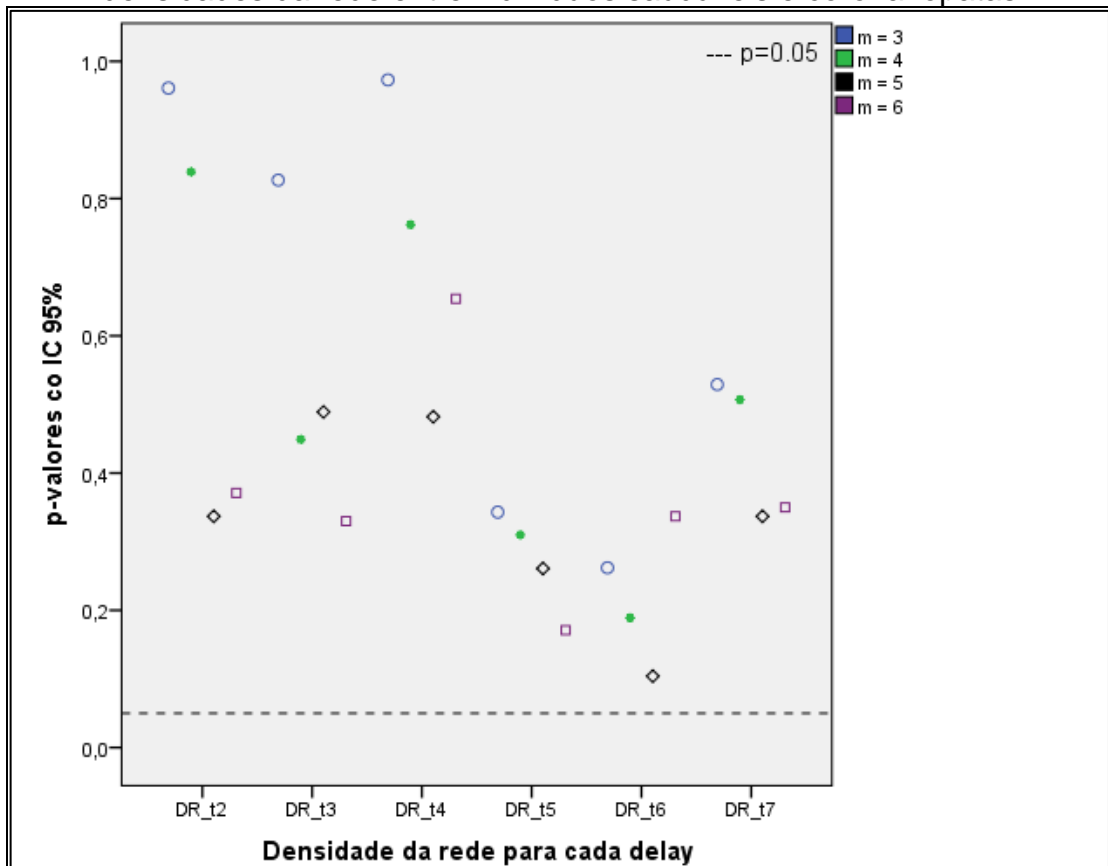
Os testes estatísticos efetuados, considerou nível de significância bicaudal ( $p > 0,05$ ). Não é possível supor diferenças significativas, em função da condição de saúde nos parâmetros estabelecidos pois os pontos do gráfico para p-valores que representam o grau médio da rede em relação a cada delay ficaram acima da linha tracejada ( $p > 0,05$ ) logo, não representam significância estatística.

Ao contrário de QA, as médias de GM decrescem conforme as dimensões aumentam. Foi observado também média maior entre os indivíduos saudáveis, no entanto, as séries dos coronariopatas apresentaram maior coeficiente de variação indicando maior dispersão entre os dados.

### 5.4.7 Densidade da rede

Figura 27 exhibe resultados das comparações estatísticas ( $p$ -valores) da condição de saúde dos indivíduos levando em consideração o quantificador da densidade da rede (DR) e diferentes parâmetros de  $m$  e  $\tau$  considerando séries temporais de intervalos RR dos grupos de indivíduos saudáveis e coronariopatas.

Figura 27- Valor de significância  $p$  das comparações estatísticas das densidades da rede entre indivíduos saudáveis e coronariopatas



Fonte: Autoria própria.

Aqui observamos que os resultados dos quantificadores QA, GM e DR são semelhantes e consistentes quando comparados. Os  $p$ -valores obtidos para densidade da rede demonstraram que não é possível supor diferenças estatísticas significativas para diferenciar indivíduos saudáveis dos coronariopatas assim como verificamos nos dois quantificadores anteriores QA e GM.

Observa-se na série que existe uma relação linear inversa entre os valores de  $m$  e  $\bar{x}$ ; ou seja, à medida que os valores de  $m$  cresce, os valores de  $\bar{x}$  tendem a diminuir rapidamente e aproxima-se de uma constante na dimensão 6. Os indivíduos

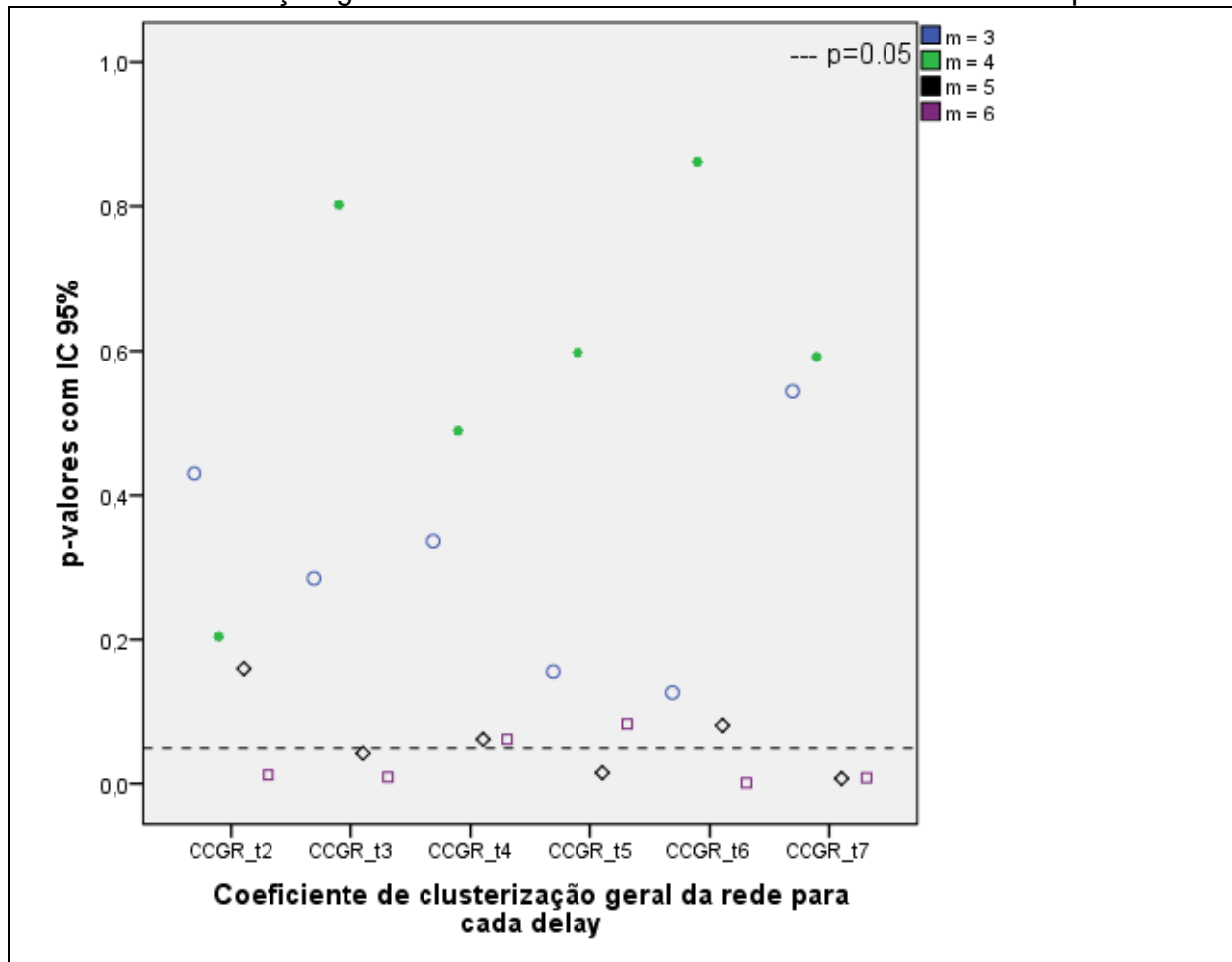
saudáveis também apresentaram média maior, quando comparados aos coronariopatas da 3ª a 5ª dimensão e de forma geral, as séries dos coronariopatas apresentaram maior coeficiente de variação indicando maior dispersão entre os dados em relação aos saudáveis.

#### 5.4.8 Coeficiente de clusterização global da rede

A comparação estatística intragrupo entre as médias de coeficiente de clusterização global da rede (CCGR) para diferentes valores de  $m$  e  $\tau$ , apontam os indivíduos saudáveis com médias menores quando comparados aos coronariopatas. Apresentou a dimensão 3 como mais homogênea, 4 e 5 com maiores valores médios, 6 com valores médios menores, porém mais heterogênea.

Os resultados das comparações estatísticas (*p-valores*) da condição de saúde dos indivíduos para o CCGR em diferentes parâmetros de  $m$  e  $\tau$  considerando séries temporais de intervalos RR dos grupos de indivíduos saudáveis e coronariopatas são apresentados na Figura 28. Observamos que há diferenças significativas detectadas pelo CCGR apenas nas dimensões,  $m = 5$ , para os *delays* 3, 5 e 7 e  $m = 6$ , nos *delays* 2, 3, 6 e 7, em função da condição de saúde, ou seja, o CCGR nestes parâmetros é influenciado pela condição de saúde. Ainda em relação as diferenças significativas encontradas, detectamos para o CCGR maior tamanho de efeito  $r = 0,38$  (efeito médio), na dimensão 5 e  $\tau = 5$ ;  $r = 0,49$  (efeito de médio a grande), na dimensão 6 e  $\tau = 6$ . Portanto, além de estatisticamente significativo, esse efeito também é de médio a grande; desse modo, representa uma descoberta significativa.

Figura 28- Valor de significância  $p$  das comparações estatísticas dos coeficientes de Clusterização geral da rede entre indivíduos saudáveis e coronariopatas



Fonte: Autoria própria.

No coeficiente de Clusterização global da rede das 6 possibilidades de comparação intergrupos, a dimensão 6 foi a que apresentou maior quantidade de diferenças significativas (4/6, 66,67%) seguida da dimensão 5 (3/6, 50%). Nestas dimensões, houve concordância nas comparações para os *delays* 5 e 7. Estes resultados corroboram com o estudo exitoso de Fernex, Noack e Semaan (2021) que aplicaram coeficientes de clusterização com incorporação de delay para modelagem de redes visando a análise de dados dinâmicos não lineares de complexidade variável e sendo totalmente automatizável.

Embora nosso estudo tenha encontrado significância estatística com análise gaussiana e não gaussianas, com predomínio da não gaussiana, para o coeficiente de clusterização, na diferenciação de indivíduos saudáveis de coronariopatas, Zhong et al., (2021) encontraram significância estatística para o uso de clusters no treinamento não supervisionado de redes neurais com dados gaussianos e desta

forma desenvolveram uma metodologia de rede neural não supervisionada para identificação de sinais do ECG com grande robustez e precisão. A aplicação do coeficiente de clusterização já foi demonstrada como eficaz para diversos tipos de redes complexas ponderadas sejam elas direcionadas ou não (FAGIOLLO 2007) conforme nossas análises estatísticas.

## 6 CONCLUSÃO

Analisando o impacto dos parâmetros (primeira parte) foi possível identificar o aumento das EnShan e Englobal até a sexta dimensão. Para a EnPC estes resultados só foram eficazes até a quinta dimensão.

Considerando dimensão e *delay* em todos os quantificadores da rede, para detectar diferenças entre os indivíduos saudáveis e coronariopatas, foi verificado que apenas EnShan, EnPC, Englob e CCGR serviram como indicadores para esse propósito, sendo que a entropia de *Shannon* destacou-se em todas as dimensões para *delay* 6, apresentando melhores resultados nas dimensões 5 e 6, com especial destaque para dimensão 6 em vários *delays*. O segundo melhor resultado foi encontrado para o CCGR, limitando-se a dimensões 5 e 6, mas com variedade de *delay* equivalente a estas mesmas dimensões da entropia de *Shannon*.

Portanto, a análise de redes complexas pode otimizar a identificação de informações, em relação aos métodos convencionais, em relação a complexidade da rede, visto que indivíduos saudáveis apresentaram um maior grau quando comparado aos cardiopatas.

Nesse sentido, a análise das medidas de quantificação de redes complexas aplicadas na diferenciação de séries temporais de intervalos RR possibilitou a diferenciação de intervalos RR de grupo de indivíduos saudáveis e coronariopatas.

## 7 LISTAS DE PUBLICAÇÕES DO DOUTORADO

### 7.1 RESUMOS PUBLICADOS EM ANAIS DE CONGRESSO

COSTA, Gilberto. A.; COELHO, Regina C.; GODOY, Carlos M. G.; MACAU, ELBERT E. N.; DOS SANTOS, LAURITA. **O estudo de redes complexas aplicado em séries temporais de variabilidade da frequência cardíaca.** In: XL Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2021.

COSTA, GILBERTO DE ARAÚJO; AZEVEDO, F. H. C.; SANTOS, LAURITA DOS. **Modelagem de uma série temporal de intervalos RR em redes complexas.**In: XXVII Brazilian Congress in Biomedical Engineering (CBEB 2020), 2020, Vitória. v. 1. p. 777. ISBN-10: 3030706001 ISBN-13: 978-3030706005.

### 7.2 TRABALHOS COMPLETOS PUBLICADOS EM ANAIS DE CONGRESSO

COSTA, GILBERTO DE ARAÚJO; AZEVEDO, F. H. C.; SANTOS, LAURITA DOS. **Aplicação da entropia de *shannon* para análise de intervalos RR em redes complexas.** In: II Congresso Acadêmico e Tecnológico da Universidade Brasil, 2021. IX Encontro de Pós-Graduação da Universidade Brasil - EPG 2021.

COSTA, GILBERTO DE ARAÚJO; AZEVEDO, F. H. C.; SANTOS, LAURITA DOS. **Medidas de Tendência Central (CTM) de intervalos RR utilizando séries temporais dos batimentos cardíacos de indivíduos saudáveis e cardiopatas.** XII SIMPÓSIO DE ENGENHARIA BIOMÉDICA - IX SIMPÓSIO DE INSTRUMENTAÇÃO E IMAGENS MÉDICAS, v. 1, p. 10.5281,2019. ISSN 2358-3568.

COSTA, GILBERTO DE ARAÚJO; AZEVEDO, F. H. C.; SANTOS, LAURITA DOS. **REDES COMPLEXAS EM SISTEMASBIOLÓGICOS HUMANOS.** In: VII Encontro de Pós-Graduação da Universidade Brasil - EPG 2019, 2019, São Paulo. Anais do VII Encontro de Pós-Graduação da Universidade Brasil - EPG 2019, 2019. p. 228-233. ISBN 978-65-86336-00-9.

## REFERÊNCIAS

ACHARYA, U. *et al.* Heart rate variability: a review. **Med Bio Eng Comput**, v. 44, p. 1031-1051, 2006.

ALBERT, R.; BARABÁSI, A. L. Statistical mechanics of complex networks. **Reviews of modern physics**, v. 74, jan. 2002.

AMIGÓ, J. M. **Permutation complexity in dynamical systems**: ordinal patterns, permutation entropy and all that. London Nova York: Springer Science & Business Media, 2010.

AMIGÓ, J. M.; KELLER, K.; UNAKAFOVA, V. A. Ordinal symbolic analysis and its application to biomedical recordings. **Phil. Trans. R. Soc.**, v. 373, n. 2034, fev., 2015. Disponível em: [https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2014.0091?url\\_ver=Z39.88-2003&rfr\\_id=ori:rid:crossref.org&rfr\\_dat=cr\\_pub%20%20pubmed](https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2014.0091?url_ver=Z39.88-2003&rfr_id=ori:rid:crossref.org&rfr_dat=cr_pub%20%20pubmed). Acesso em: 22 jan. 2021.

BANDT, C.; POMPE, B. Permutation entropy: a natural complexity measure for time series. **Phys. Rev. Lett.**, v. 88, 2002.

BECKERS, F.; VERHEYDEN, B.; AUBERT, A., E. Aging and nonlinear heart rate control in a healthy population. **American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology**, v. 290, n. 6, p. H2560-H2570, 2006.

BEKIROU, S. *et al.* Information diffusion, cluster formation and entropy-based network dynamics in equity and commodity markets. **European Journal of Operational Research**, jul., 2016. ISSN 03772217. doi: 10.1016/j.ejor.2016.06.052.

BOLEA, J. *et al.* Methodological Framework for Estimating the Correlation Dimension in HRV Signals. **Computational and Mathematical Methods in Medicine**, v. 2014, p. 11, 2014.

BYUN, S. *et al.* Entropy Analysis of Heart Rate Variability and Its Application to Recognize Major Depressive Disorder: A Pilot Study. **Journal: Technology and Health Care**, v. 27, n. S1, p. 407-424, 2019.

CAO, L. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 110, n. 1-2, p. 43-50, 1997. ISSN 0167-2789.

CAO, Y. *et al.* Detecting dynamical changes in time series using the permutation entropy. **Physical review E**, San Jose, California, v. 70, n. 4, p. 046217, 2004.

CHIKUSHI, R. T. M. **Análise não linear de sinais de EEG**: uma aplicação de redes complexas. 2014. [S.l.]: Dissertação (Mestrado em Informática Aplicada) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2014. Disponível em:

<http://www.ppgia.ufrpe.br/?q=pt-br/dissertacoes/analise-nao-linear-de-sinais-de-eeeg-uma-aplicacao-de-redes-complexas>. Acesso em: 03 janeiro 2021.

CHRISTOPHER, W. *et al.* Using ordinal partition transition networks to analyze ECG data. **Chaos**, v. 26, 2016.

COSTA, M.; GOLDBERGER, A. L.; PENG, C. K. Multiscale entropy analysis of complex physiologic time series. **Phys Rev Lett**, v. 89, n. 6, p. 6-9, 2002.

DAVIES, A. *et al.* Exploring the Relationship Between Eye Movements and Electrocardiogram Interpretation Accuracy. **Sci Rep**, v. 6, 2016. ISSN <https://doi.org/10.1038/srep38227>.

DANCEY, C., P.; REIDY, JG.; ROWE, Richard. Estatística sem matemática para as ciências da saúde. Penso Editora, 2017.

DAW, C. S.; FINNEY, C. E. A.; TRACY, E. R. A review of symbolic analysis of experimental data. **Review of Scientific Instruments**, v. 74, n. 2, p. 915-930, 2003. ISSN doi: 10.1063 / 1.1531823.

DOROGOVTSSEV, S. N. **Lectures on Complex Networks**. [S.l.]: Oxford Master Series in Physics, 2010.

DOS SANTOS, L. *et al.* Application of an automatic adaptive filter for Heart Rate Variability analysis. **Medical engineering & physics**, v. 35, n. 12, p. 1778–1785, 2013.

DOS SANTOS, L., B. J. J. . M. E. E. . & D. G. M. F. Assessment of heart rate variability by application of central tendency measure. **Medical & biological engineering & computing**, v. 53, n. 11, p. 1231-1237, 2015.

DUNSTER, C. Treatment of Anxiety and Stress With Biofeedback. **Global Advances in Health and Medicine**, v. 1, n. 4, p. 76-83, 2012. Disponível em: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3833507>. Acesso em: 10 jan. 2020.

ECKMANN, J. P.; RUELLE, D. Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems. **Phys D Nonlinear Phenom**, v. 56, n. 2-3, p. 185–7, 1992.

ELECTROPHYSIOLOGY, TASK FORCE OF THE EUROPEAN SOCIETY OF CARDIOLOGY AND THE NORTH AMERICAN SOCIETY OF PACING AND. Heart rate variability: standards of measurement, physiological interpretation and clinical use. **Circulation**, v. 93, n. 5, p. 1043-1065, 1996.

ERDŐS, P.; RÉNYI, A. On the strength of connectedness of a random graph. **Acta Math. Acad. Sci. Hung**, v. 12, p. 261-267, 1961.

ERDŐS, P; RÉNYI, A. On random graphs. **Publicationes Mathematicae (Debrecen)**, v. 6, p. 290-297, 1959.

ERDŐS, Paul; RÉNYI, Alfréd. On the evolution of random graphs. **Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy Science, in print**, v. 5, p. 17-61, 1960.

EULER, L. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. **Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae**, v. 8, p. 128-140, 1741. Disponível em: <https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/53/>. Acesso em: 05 Janeiro 2022.

FAGIOLO, G. Clustering in Complex Directed Networks. **Physical Review**. v.76, n. 2:026107, 2007.

FEOFILOFF, P. *et al.* Uma Introdução Sucinta à Teoria dos Grafos. **IME - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.**, 2011. Disponível em: <http://www.ime.usp.br/~pf/teoriadosgrafos/>. Acesso em: 8 dez. 2020.

FERNEX, D. *et al.* Cluster-based network modeling-from snapshots to complex dynamical systems. **Sci. Adv.** 2021; 7(1):eab506.

FIEDOR, P. Networks in financial markets based on the mutual information rate. **Phys Rev e Stat Nonlin Soft Matter Phys**, v. 89, n. 5, may., 2014.

FIELD, A. **Descobrimos a estatística usando o SPSS**. 2ª. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FIGUEIREDO, D. R. Introdução a redes complexas. **Atualizações em Informática**, 2011.

FRANK, B *et al.* Permutation entropy improves fetal behavioural state classification based on heart rate analysis from biomagnetic recordings in near term fetuses. **Medical and Biological Engineering and Computing**, v. 44, n. 3, p. 179-187, 2006.

GODOY, M. F. D. Nonlinear analysis of heart rate variability: A comprehensive review. **Journal of Cardiology and Therapy**, v. 3, p. 528-533, 2016.

GODOY, M., F., D.; TAKAKURA, I., T.; CORREA, P., R. Relevância da análise do comportamento dinâmico não linear (teoria do caos) como elemento prognóstico de morbidade e mortalidade em pacientes submetidos à cirurgia de revascularização miocárdica. **Arquivos de Ciência da Saúde**. v. 12, n. 4, p. 167-171, 2005.

GODOY, M., F.; GREGÓRIO, M., L. Diagnostic Relevance of Recurrence Plots for the Characterization of Health, Disease, or Death in Humans. **J Hum Growth**, v. 29, n. 1, p. 39-4, 2019.

GOLDBERGER, A. L. *et al.* PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet components of a new research resource for complex physiologic signals. **Circulation**, v. 101, p. 215–220, 2000. ISSN doi: 10.1161/01.cir.101.23.e215.

GOMES, P. *et al.* Medidas de índices estatísticos de intervalos r-r utilizando séries temporais dos batimentos cardíacos de indivíduos saudáveis e não-saudáveis. **researchgate**, 2017. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Camila\\_Barbossa8/publication/325181100](https://www.researchgate.net/profile/Camila_Barbossa8/publication/325181100). Acesso em: 18 out., 2019.

GOODRICH, M. T.; TAMASSIA, R.; GOLDWASSER, M. H. **Data structures and algorithms in Java**. 4th ed. ed. New York: John Wiley & Sons, 2014.

GOODRICH, M. T.; TAMASSIA, R.; MOUNT, D. M. **Data Structures and Algorithms in C++**. 2th ed. ed. [S.l.]: [S.n.], 2011.

HOWELL, D. C. **Statistical methods for psychology**. 8th ed. ed. Belmont, CA: Thomson Wadsworth, 2013.

KANTZ, H.; SCHREIBER, T. **Nonlinear Time Series Analysis**. [S.l.]: University Press, Cambridge, 1997.†.

KELLER, K.; UNAKAFOV, A. M.; UNAKAFOVA, V. A. Ordinal Patterns, Entropy, and EEG. **Entropy**, v. v. 16, p. 6212-6239, 2014.

KENNEL, M. B.; BROWN, R.; ABARBANEL, H. D. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. **Physical Review A**, v. 45, p. 3403, 1992.

KULP, C. W. *et al.* Using ordinal partition transition networks to analyze ECG data. **Chaos**, v. 26, n. 17, 2016. Disponível em: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4959537>. Acesso em: 12 fev. 2019.

LACASA, L. *et al.* From time series to complex networks: The visibility graph. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 105, p. 4972-4975, 2008.

LATORRE, M. R. D. O.; CARDOSO, M. R. A. Análise de séries temporais em epidemiologia: uma introdução sobre os aspectos metodológicos. **Rev. Bras. Epidemiol.**, v. 4, n. 3, 2001.

MAKOWIEC, D. *et al.* Entropic Measures of Complexity of Short-Term Dynamics of Nocturnal Heartbeats in an Agoing Population. **Entropy**, v. 17, n. 3, p. 1253-1272, 2015.

MARWAN, N. *et al.* Complex network approach for recurrence analysis of time series. **Physics Letters**, v. A 373, p. 4246–4254, 2009.

MARWAN, N. *et al.* Recurrence plots for the analysis of complex systems. **Physics reports**, v. 438, n. 5-6, p. 237-329, 2007.

MCCULLOUGH, M. *et al.* Time lagged ordinal partition networks for capturing dynamics of continuous dynamical systems. **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, v. 25, p. 053-101, 2015.

MCCULLOUGH, M. *et al.* Multiscale ordinal network analysis of human cardiac dynamics. **Phil. Trans. R. Soc. A.**, 2017 A.

MCCULLOUGH, M. *et al.* Regenerating time series from ordinal networks. **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, v. 27, n. 3, 2017. ISSN 035814.

MELLO, A. G. S. **Aplicação de redes complexas para a definição de vizinhança na otimização por exame de partículas.** Campinas – SP,; Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2010.

MELO, G. S. Introdução a Teoria dos Grafos. [S.l.]: Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT-CCEN-UFPB., 2014.

METZ, Jean *et al.* RELATÓRIOS TÉCNICOS DO ICMC. N 290 Redes Complexas: conceitos e aplicações – USP, 2007. Disponível em: [https://web.icmc.usp.br/SCATUSU/RT/BIBLIOTECA\\_113\\_RT\\_290.pdf](https://web.icmc.usp.br/SCATUSU/RT/BIBLIOTECA_113_RT_290.pdf). Acesso em: 04 jan. 2022.

MINGUILLON, J. *et al.* Portable System for Real-Time Detection of Stress Level. **Sensors (Basel)**, v. 18, n. 8, aug. 2018.

NEUMAN, Y.; MARWAN, N.; COHEN, Y. Change in the Embedding Dimension as an Indicator of an Approaching Transition. **PLoS ONE**, v. 9, n. 6, p. e101014, 2014.

NEWMAN, M. **Networks: An Introduction.** New York, NY, USA: Oxford University, 2010.

PACKARD, N. H. *et al.* Geometry from a time series. **Phys. Rev. Lett**, v. 45, p. 712-716, 1981.

PARK, D. *et al.* Determination of Optimal Heart Rate Variability Features Based on SVM-Recursive Feature Elimination for Cumulative Stress Monitoring Using ECG Sensor. **Sensors (Basel)**, v. 18, n. 7, jul. 2018.

PARLITZ, U. *et al.* Classifying cardiac biosignals using ordinal pattern statistics and symbolic dynamics. **Comput. Biol. Med.**, v. 42, p. 319–327, 2012. ISSN doi:10.1016/j.combiomed.2011.03.017.

PESSA, Arthur A. B. Análise de séries temporais via redes ordinais. Maringá, PR: Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Departamento de Física, Programa de Pós-Graduação em Física, 2020.

RICHMAN, J. S.; MOORMAN, J. R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy. **Am J Physiol Heart Circ Physiol**, v. 278, n. 6, p. H2039-49, 2000.

RIEDL, M.; MÜLLER, A.; WESSEL, N. Practical considerations of permutation entropy. **The European Physical Journal Special Topics**, v. 222, n. 2, p. 249-262, 2013.

SANTOS, L. *et al.* Application of an automatic adaptive filter for heart rate variability analysis. **Medical Engineering & Physics**, v. 35, n. 14, p. 1778-1785, 2013.

SANTOS, L. *et al.* Characterisation of neonatal cardiac dynamics using ordinal partition network. **Cornell University**, 2022.

SMALL, M. Applied nonlinear time series analysis: applications in physics, physiology and finance. **World Scientific.**, Singapore, v. 52, 2005.

SMALL, M. Complex networks from time series: Capturing dynamics. **2013 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)**, p. 2509-2512, 2013.

SOFFNER, R. **Algoritmos e Programação em Linguagem C**. 1ª ed. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

SOUZA, A. L. **Teoria dos Grafos e Aplicações**. [S.l.]: Dissertação de mestrado profissional em Matemática da Universidade Federal do Amazonas - UFAM, 2014.

TAKENS, Floris. Detecting strange attractors in turbulence. **Lecture Notes in Mathematics**, v. 898, p. 366-381, 1981.

UNAKAFOV, A. M.; KELLER, K. Conditional entropy of ordinal patterns. **Physica D: Nonlinear Phenom**, v. 269, p. 94–102, 2014.

UNAKAFOVA, V. A.; KELLER, K. Efficiently measuring complexity on the basis of real-world data. **Entropy**, v. 15, p. 4392-4415, 2013.

WALLOT, S.; MØNSTER, D. Calculation of Average Mutual Information (AMI) and False-Nearest Neighbors (FNN) for the Estimation of Embedding Parameters of Multidimensional. **Front. Psychol.**, v. 9, 2018.

WALLOT, S.; ROEPSTORFF, A.; MØNSTER, D. Multidimensional Recurrence Quantification Analysis (MdRQA) for the analysis of multidimensional time series: a software implementation in MATLAB and its application to group-level data in joint action. **Frontiers Psychology**, v. 7, p. 1835, Novembro 2016.

WEISSTEIN, E. W. "Tree". **WolframMathWorld**: the web's most extensive mathematical resource., 2020. Disponível em: <https://mathworld.wolfram.com/Tree.html>. Acesso em: 9 dez. 2020.

YAO, W.; WANG, J. Multi-scale symbolic transfer entropy analysis of EEG. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 484, p. 276-281, 2017.

ZANIN, M. *et al.* Permutation entropy and its main biomedical and econophysics applications: a review. **Entropy**, v. 14, p. 1553-1577, 2012.

ZHANG, J.; SMALL, M. Complex network from pseudoperiodic time series: Topology versus dynamics. **Physical Review Letters**, v. 96, p. 238701, 2006.

ZOU , Y. *et al.* Complex network approaches to nonlinear time series analysis. **Physics Reports**, v. 787, p. 1-97, 2019.

ZHONG W, et al. Fetal ECG extraction using short time Fourier transform and generative adversarial networks. *Physiol Meas.* v. 42, n. 10, 2021. doi: 10.1088/1361-6579/ac2c5b. PMID: 34713820.

ZUNINO, L.; OLIVARES, F.; ROSSO, O. Permutation min-entropy: An improved quantifier for unveiling subtle temporal correlations. **ELP (Europhysics Letters)**, v. 109, n. 1, p. 10005, 2015.